



Décomposition modale empirique pour l'analyse des vagues et la segmentation des spectres omnidirectionnel et directionnel

Clément J. ROUSSEL¹

1. NORTEK Méditerranée,

290 Avenue Irène et Jean Frédéric Joliot Curie, 83130 La Garde, France.

clement.rousseau@nortekgroup.com

Résumé :

L'estimation des conditions de surface de la mer, que la finalité soit le bon déroulé de travaux maritimes ou une analyse océanographique, passe généralement par le calcul de paramètres globaux : $H_{1/3}$, $T_{1/3}$, H_{m0} , T_p , θ_p etc. Du fait de la nature ondulatoire des vagues, les spectres omnidirectionnels (isotrope) et directionnels sont souvent calculés pour une connaissance plus fine. Nous présentons et appliquons une méthode d'analyse alternative et complémentaire à l'analyse de Fourier : la Décomposition Modale Empirique (DME). Nous montrons comment l'application de la DME à des séries temporelles de la surface libre permet de décomposer celle-ci par modes dans le domaine temporel. Les modes sont interprétables comme des états de mer (e.g. mer de vent, houle longue). Ensuite, l'analyse de Fourier mode par mode offre une segmentation naturelle des spectres omnidirectionnel et directionnel. Nous appliquons cette procédure (DME suivie de l'analyse de Fourier) à des mesures de déplacements verticaux enregistrés par une bouée Nortek Alizé.

Mots-clés :

Océanographie physique, Mesure des vagues, Décomposition Modale Empirique, Analyse de Fourier, Spectre omnidirectionnel, Spectre directionnel, Bouées

Thème 1 – Hydrodynamique marine et côtière

1. Introduction

Que ce soit pour la conduite de travaux en mer ou pour la recherche scientifique, des mesures des conditions océanographiques en temps réel et *in-situ* sont très souvent requises. Dans le premier cas, il s'agit de s'assurer que ces conditions ne sont compromettantes ni pour le succès des opérations, ni pour la sécurité des personnes. Dans le second, les mesures permettent de confronter un modèle théorique ou numérique, d'alimenter un modèle prédictif (*e.g.* climatologique), d'observer des phénomènes nouveaux etc.

Il est nécessaire alors de connaître l'état de surface de la mer. Celui-ci est finement caractérisé par les spectres omnidirectionnel et directionnel des vagues, qui permettent à leur tour de calculer les paramètres globaux (période pic, hauteur significative des vagues, direction principale etc.).

Parmi les moyens de mesures à disposition, les bouées équipées d'une centrale inertielle sont très largement utilisées. Les accélérations mesurées dans le repère de la bouée sont transformées dans le repère géographique local, puis doublement intégrées pour estimer le déplacement de la surface libre au cours du temps. L'intégration double de l'accélération est soumise au phénomène de dérive (due à l'intégration du bruit de mesure), qui doit être maîtrisée. Le signal de déplacement est alors traité pour calculer les spectres et extraire les paramètres.

L'analyse de Fourier pour l'estimation des spectres de vagues (HAUSER *et al.*, 2005 ; GODA, 2010) est ancienne et reconnue. Mathématiquement, la transformée de Fourier consiste à calculer le produit scalaire entre le signal analysé et les fonctions sinusoïdales complexes $\{t \mapsto e^{i2\pi ft}, f \in]-\infty, +\infty[\}$. Elle suggère implicitement que ce signal est stationnaire, puisque le produit scalaire est fait sur toute la durée du signal. Elle suggère également que le signal est linéaire, puisque les solutions des équations linéarisées de l'hydrodynamique sont précisément sinusoïdales (SALMON, *notes de cours*, 2015). Ces deux conditions étant très restrictives, Huang a développé une méthode d'analyse pertinente pour les processus non stationnaires et non linéaires : la Décomposition Modale Empirique ou DME (HUANG *et al.*, 1998 ; HUANG *et al.*, 1999 ; HUANG & SHEN, 2014).

La DME consiste à décomposer le signal comme une somme de modes extraits de la série temporelle. La méthode est donc empirique et ne suppose pas a priori la base de décomposition, en contraste avec l'analyse de Fourier qui suppose des fréquences pures. Son application à l'océanographie physique en général, et à l'analyse des vagues en particulier a été rare (VELTCHEVA & GUEDES-SOARES, 2004 ; VELTCHEVA & GUEDES-SOARES, 2011) et de fait elle ne fait pas partie des outils classiques d'analyse.

Dans cet article, nous montrons son potentiel pour l'analyse des vagues. Dans la partie 2, nous résumons la théorie de la DME. Nous introduisons la notion de mode intrinsèque, ainsi que l'algorithme de « tamisage » (sifting), permettant d'aboutir à une décomposition

en une somme de modes intrinsèques. Dans la partie 3, nous détaillons l'application de la DME à une série temporelle de déplacement vertical. Nous montrons comment la DME permet de filtrer la dérive d'intégration de la centrale inertielle. Cette capacité de « detrending » de la DME a été mise en avant par FLANDRIN *et al.*, (2004). Ici, nous proposons son application pour l'estimation des vagues par centrale inertielle. Dans la partie 4, nous montrons comment la DME permet une segmentation houle longue/mer de vent des spectres omnidirectionnel et directionnel des vagues. Pour le spectre omnidirectionnel, cette segmentation a déjà été proposée par VELTCHEVA & GUEDES-SOARES (2004). En revanche, la segmentation du spectre directionnel des vagues par DME n'a à notre connaissance jamais été proposée.

Il est montré, par la segmentation des spectres, que les modes extraits par la DME capturent des phénomènes différents : dérive d'intégration, mer de vent, houle longue et autres.

2. Eléments théoriques et méthodologiques

2.1 Décomposition Modale Empirique

Soit $x(t)$, un signal à analyser. Le temps peut être continu ou discret sans changements notables sur le plan théorique. La décomposition modale empirique s'écrit :

$$x(t) = \sum_{j=1}^n C_j(t) + r_n(t) \quad (1)$$

où les C_j sont les modes, dont la somme contient l'essentiel de l'énergie du signal, et r_n est un résidu. En général, n ne dépasse pas ~ 10 , ce qui est significativement moins que pour une analyse de Fourier. Chaque mode peut avoir a priori une bande passante large, être non stationnaire, et non sinusoïdal.

Conceptuellement, des vagues de période fixe mais de forme non sinusoïdale (e.g. asymétriques) devraient être extraites en un seul mode. A l'opposé, leur analyse par transformée de Fourier supposera une fondamentale et des harmoniques pour reconstruire la forme non sinusoïdale. C'est une des idées fondatrices de cette approche (HUANG *et al.*, 1999):

“The Fourier power-law spectra of most data are artificial. Most of the high frequency components are from the spurious harmonics from either nonlinearity (singular points, such as corners, and cusps in the data train), or nonstationary”.

Un mode vérifie par définition 2 conditions :

- Le nombre d'extrema et le nombre de zero-crossings différent au plus de 1 ;
- La moyenne locale vaut partout zéro.

Dans la DME, la moyenne locale est définie comme la moyenne entre l'enveloppe supérieure et l'enveloppe inférieure. L'enveloppe supérieure (resp. inférieure) est l'interpolation par splines cubiques des maxima locaux (resp. des minima locaux).

Thème 1 – Hydrodynamique marine et côtière

Les modes sont extraits par un processus de « tamisage » ou *sifting* en anglais (nous garderons ce vocable). Le signal de départ étant $x(t)$, le sifting est itéré comme suit :

- Les enveloppes supérieure $a_p(t)$ et inférieure $a_m(t)$ de x sont calculées, puis leur moyenne $m_1(t) = (a_p(t) + a_m(t))/2$;
- La moyenne locale m_1 est retranchée de x : $h_1(t) = x(t) - m_1(t)$;
- Les 2 premières étapes sont appliquées à h_1 , donnant h_{11} , puis à h_{11} et ainsi de suite ; on obtient $h_{11}, h_{12}, \dots, h_{1k} \dots$; on arrête lorsque h_{1k} est un mode selon la définition donnée.

On pose alors $C_1(t) = h_{1k}(t)$, qui est le premier mode extrait par l'algorithme. Le sifting est alors appliqué à $x(t) - C_1(t)$ pour obtenir le second mode $C_2(t)$, et ainsi de suite.

La DME comporte deux processus itératifs : le sifting (boucle intérieure), et le processus d'extraction des modes (boucle extérieure). En théorie, le sifting s'arrête lorsque h_{1k} est un mode, *i.e.* de moyenne locale identiquement nulle, de sorte que $\forall j > k, h_{1j} = h_{1k}$. En pratique, cette condition n'est jamais strictement vérifiée. On arrête le sifting lorsque la condition de Cauchy suivante est vérifiée :

$$\frac{\sum_{t=0}^T (h_{1(k-1)} - h_{1k})^2}{\sum_{t=0}^T h_{1(k-1)}^2} < 0.005 \quad (2)$$

La boucle extérieure s'arrête quand le résidu $r_n(t)$ contient suffisamment peu d'énergie, ou de manière équivalente lorsque $\sum_{j=1}^n C_j(t)$ contient la majorité de l'énergie du signal. En pratique, on arrête lorsque :

$$10 \log_{10} \left(\frac{\sum_{t=0}^T x(t)^2}{\sum_{t=0}^T r_n(t)^2} \right) < 20 \text{ dB} \quad (3)$$

2.2 Spectre directionnel mode par mode

A partir de données de bouées, le spectre directionnel peut être estimé par la méthode du maximum d'entropie (HAUSER *et al.*, 2005 ; GODA, 2010), qui utilise les co et quad spectra des trois séries temporelles de déplacement x, y, z .

Le calcul du spectre directionnel mode par mode (contribution originale dans cet article) se déroule comme suit :

- Application de la DME indépendamment à x, y et z ;
- Identification des modes des différentes coordonnées : $mode_{i,x} \leftrightarrow mode_{j,y} \leftrightarrow mode_{k,z}$;
- Calcul des 6 co et quad spectra de $mode_{i,x}, mode_{j,y}$ et $mode_{k,z}$;
- Calcul des coefficients de Fourier du spectre directionnel à partir des co et quad spectra ;
- Estimation du spectre directionnel par maximum d'entropie à partir des coefficients de Fourier (pour plus de détails, HAUSER *et al.*, 2005).

L'étape *ii.* peut être délicate : elle consiste à identifier que le *ième* mode de *x*, le *jème* mode de *y*, et le *kème* mode de *z* correspondent au même phénomène (*e.g.* la mer de vent). En première approche, cette identification peut se faire sur la base de la période des modes.

3. Estimation et analyse d'une série temporelle de déplacement

Dans cette partie, nous montrons le résultat de la DME appliquée à une série temporelle mesurée par une bouée Nortek Alizé à environ 14 km au nord de Dunkerque, par ≈ 20 m de profondeur. La bouée est équipée d'une centrale inertielle qui estime les trois composantes de l'accélération dans le repère géographique local à une fréquence d'échantillonnage de 4 Hz. Après accumulation de 4096 points, soit environ 17 min d'acquisition, le signal est transmis au processeur embarqué pour analyse (estimation des paramètres globaux, spectres etc.) et sauvegardé sur un disque dur.

La figure 1 représente le déplacement selon *z* (vertical) de la bouée, calculé par double intégration (schéma d'Euler) de l'accélération selon *z*. Le temps de départ est le 07 Mai 2021 à 01:10:00 UTC.

Un filtre passe-haut avec une fréquence de coupure de 1 / 60 Hz est appliqué avant chaque intégration pour limiter la dérive. Des oscillations très basses fréquences sont toutefois visibles, avec des périodes supérieures à 40 s (voir figure 1).

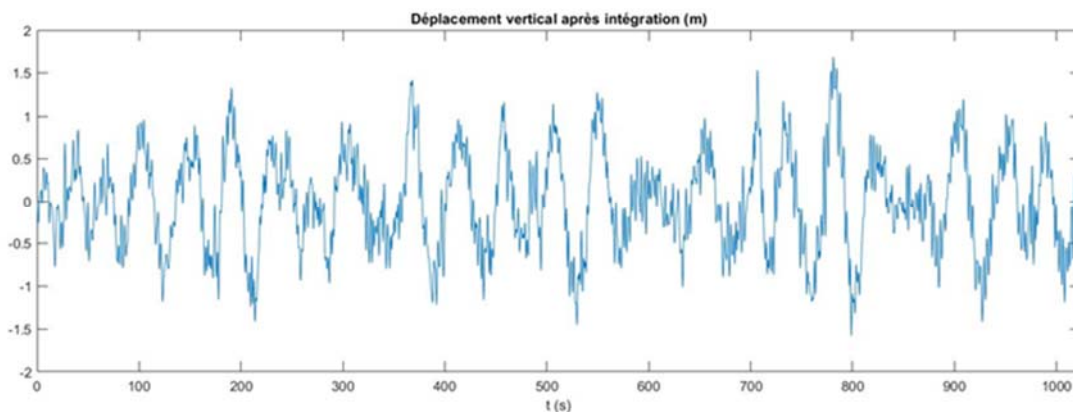


Figure 1. Série temporelle de la position verticale, résultante d'une double intégration de l'accélération.

La figure 2 représente le résultat de l'application de la DME à la série temporelle de la figure 1. La DME extrait les modes selon l'algorithme de sifting décrit ci-dessus, dans un ordre de fréquence décroissante. Comme on peut le constater, les modes ne sont pas des sinusoides et leurs périodes augmentent très rapidement avec le numéro de mode.

Dans le cas de l'analyse des vagues de vent et de la houle longue et de cet exemple, seuls les modes 1 et 2 sont physiquement acceptables, les autres modes capturant la dérive

Thème 1 – Hydrodynamique marine et côtière

d'intégration (voir WOODMAN (2007) pour une explication de la dérive), ou relevant de phénomènes différents (e.g. ondes infragravitaires). L'énergie présente dans les modes écartés est conséquente. Si ceux-ci relèvent de la dérive d'intégration, alors leur énergie est directement liée à l'ampleur de ce phénomène, et donc ici à la fréquence de coupure appliquée (1 / 60 Hz). L'amplitude de la dérive est en effet inversement proportionnelle à la fréquence de coupure.

La DME permet donc une estimation du déplacement vertical dû à la mer de vent et à la houle par simple sommation des modes physiquement acceptables :

$$\tilde{z}(t) = mode_1(t) + mode_2(t).$$

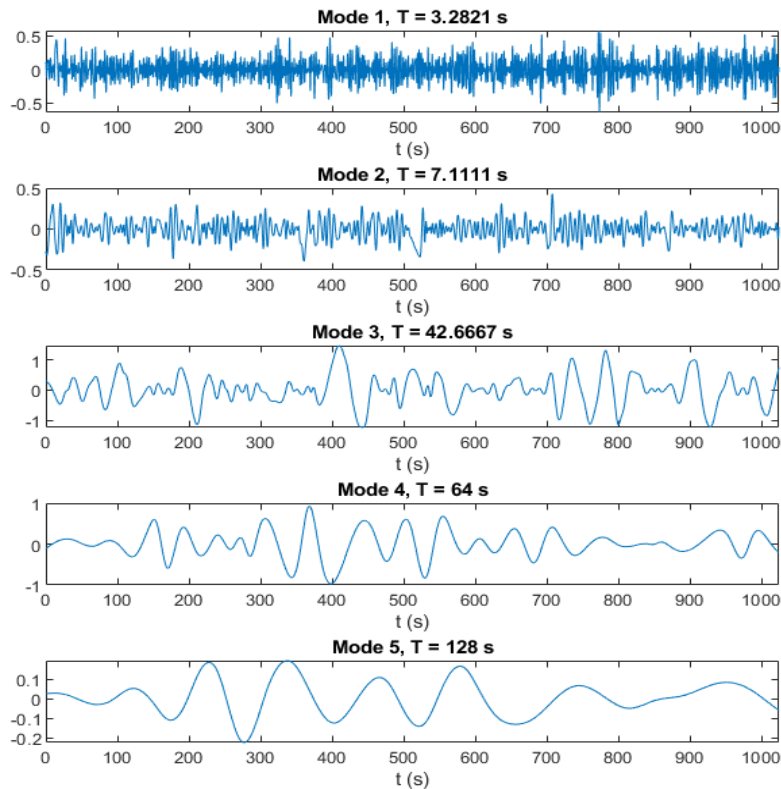


Figure 2. Décomposition modale empirique de la série temporelle de la position.

La figure 3 représente le résultat de ce filtrage : les oscillations factices introduites par la dérive d'intégration ont été supprimées ainsi que les phénomènes de fréquences inférieures à celle de la houle longue.

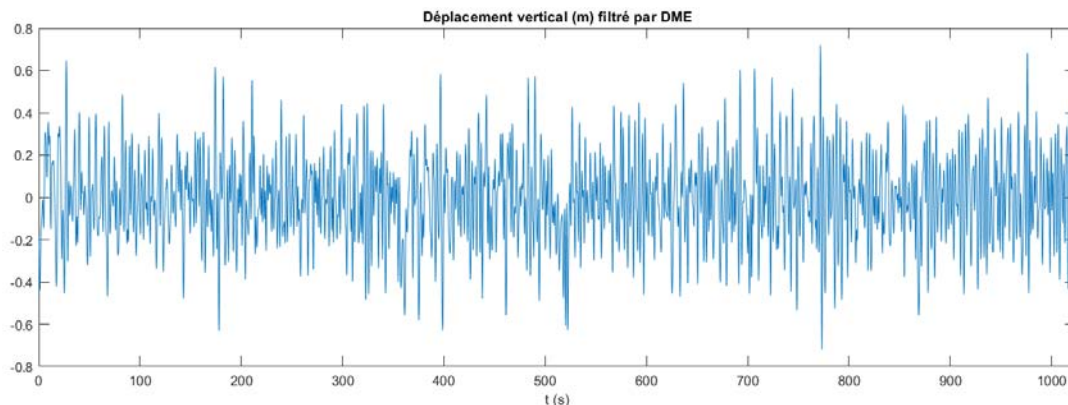


Figure 3. Série temporelle de la position verticale après filtrage par DME ; seuls les deux premiers modes ont ici été retenus comme physiques.

4. Séparation des états de mer et segmentation des spectres

Comme nous l'avons vu dans la partie précédente, la DME permet de décomposer le signal d'entrée en une somme de modes, la motivation initiale de N. Huang étant que ces modes ont plus de sens physique que les fonctions harmoniques de Fourier dans le cas de processus non linéaires et non stationnaires.

La figure 4 représente les spectres de puissance du déplacement vertical total, du déplacement vertical après filtrage DME, et des 2 modes séparément. Les spectres sont estimés par méthode de Welch avec une fenêtre de 1024 points et 50% de chevauchement. Il est clair que 2 états de mer sont présents, correspondant aux 2 pics principaux du spectre total (en rouge). Il semble que le premier mode (bleu clair) capture l'essentiel de l'état de mer haute fréquence, et le deuxième mode (vert) l'essentiel de l'état de mer basse fréquence. Par ailleurs, le coefficient de corrélation des deux modes est de -0.0105 , c'est-à-dire qu'ils sont quasi orthogonaux. C'est une caractéristique de la DME observée en pratique, mais non démontrée sur le plan théorique. Le spectre du déplacement vertical après intégration et sans filtrage DME est représenté en bleu. Il est clair que le spectre mode 1 + mode 2 ne peut pas être obtenu par simple filtrage fréquentiel du déplacement vertical après intégration.

L'analyse de Fourier et la DME sont cohérentes entre elles, ce qui encourage à penser que les modes extraits sont bien physiques. En effet, dans notre exemple, l'analyse de Fourier reste pertinente de par la faible non-stationnarité et non-linéarité des vagues et elle atteste de l'existence de deux états de mer (figure 4).

Thème 1 – Hydrodynamique marine et côtière

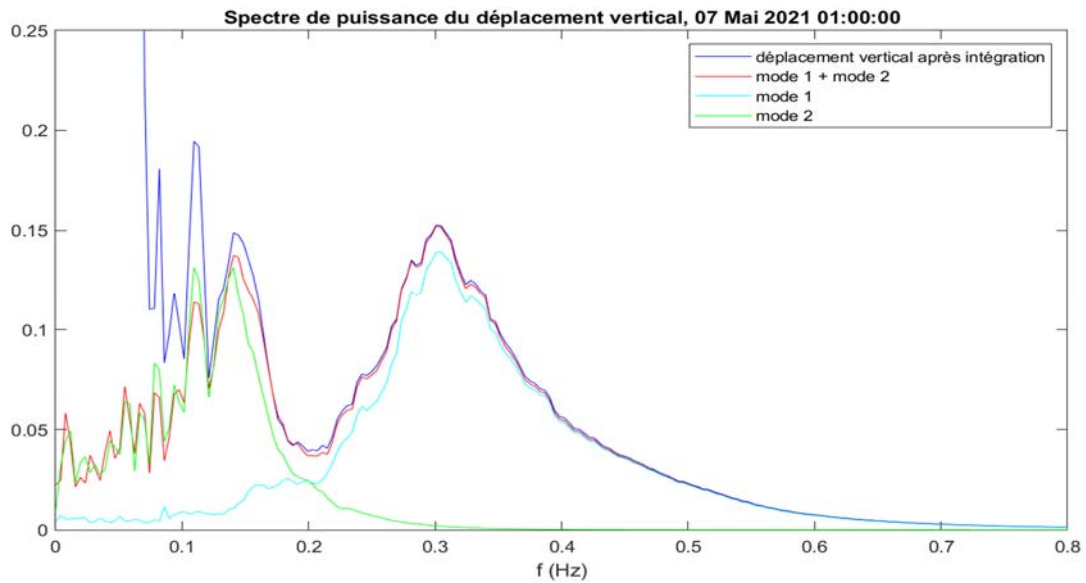


Figure 4. Spectres de puissance omnidirectionnel du déplacement vertical.

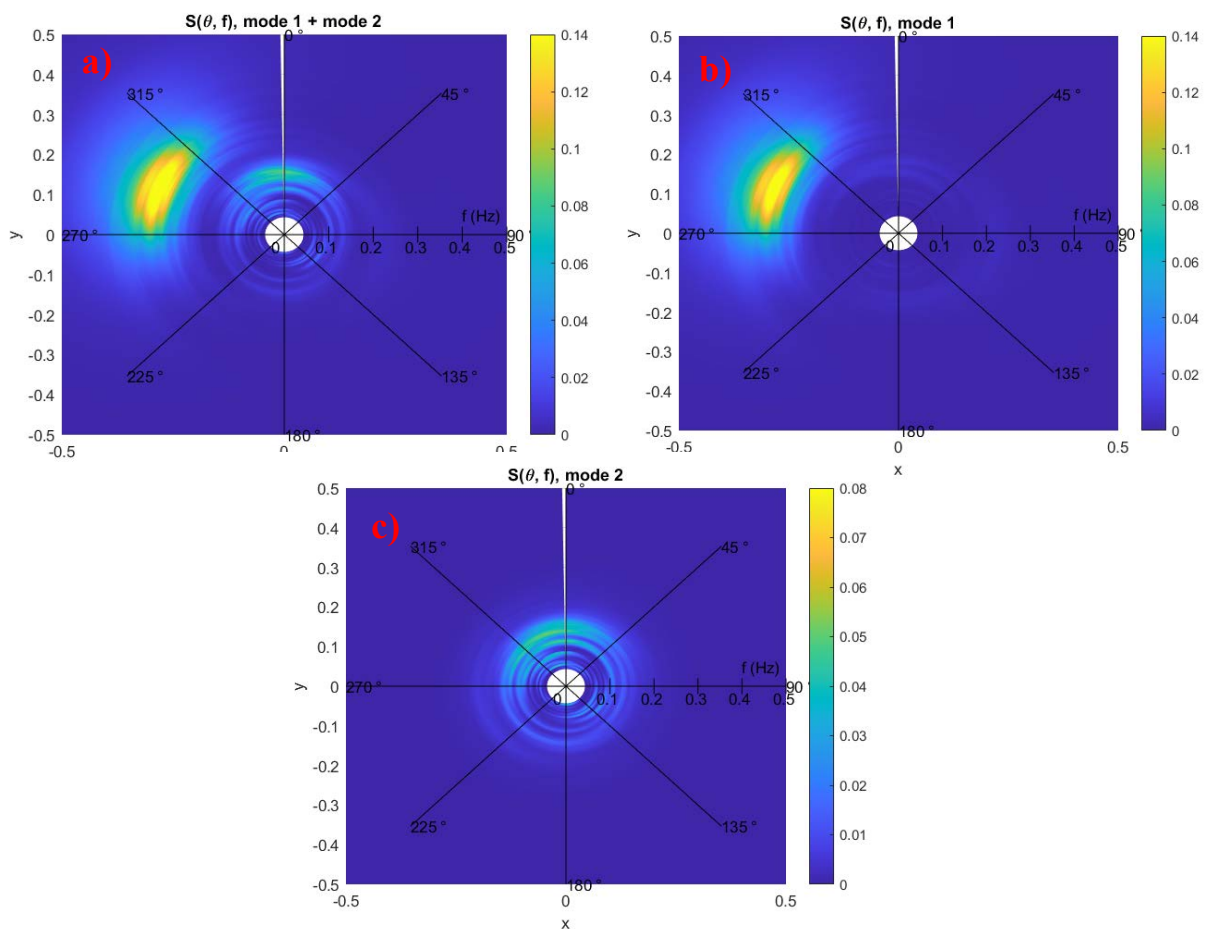


Figure 5. a) Spectre directionnel total ; b) spectre directionnel du mode 1 ; c) spectre directionnel du mode 2.

Outre la segmentation naturelle du spectre omnidirectionnel de déplacement vertical que nous venons de voir, il est possible également de segmenter le spectre directionnel (voir 2 b)).

La **Erreur ! Source du renvoi introuvable**.figure 5 représente le spectre directionnel (non normalisé) des vagues pour le signal total, et pour les modes 1 et 2 séparément. Sur la partie a), nous observons les deux états de mer : l'état de mer haute fréquence, provenant de la direction Nord-Ouest, et celui basse fréquence, provenant de la direction Nord. Les valeurs atteintes par le mode haute fréquence dans le spectre directionnel sont environ deux fois plus élevées que celles atteintes par le mode basse fréquence. Le fait qu'en revanche les valeurs maximales atteintes par les deux modes dans le spectre omnidirectionnel sont quasi identiques s'explique par un plus fort étalement en direction (spread) du mode basse fréquence. Les parties b) et c) montrent les spectres directionnels des modes 1 et 2. Ils capturent très bien l'essentiel de l'énergie des deux états de mer visibles sur la partie a). La DME permet ainsi une segmentation du spectre directionnel. La figure 5 (partie c) en particulier) suggère que de l'énergie existe dans toutes les directions. Il est probable que ce soit un artefact de calcul lié à la méthode d'estimation. Par ailleurs, l'étalement directionnel des états de mer peut être interprété ou bien comme existant physiquement, ou bien comme une mesure de l'incertitude de la direction associée à l'état de mer.

Il est remarquable que la segmentation des spectres omnidirectionnel et directionnel découle de la séparation des mouvements de la surface de la mer par la DME *directement dans le domaine temporel*, contrairement à une segmentation qui serait appliquée sur les spectres. L'information de phase est donc totalement conservée. En général, la phase n'est pas jugée pertinente dans l'analyse de Fourier des vagues (sauf analyse précise). L'estimation du spectre de puissance ne la conserve pas. Par ailleurs, les spectres des modes se chevauchent, ce qui permet d'identifier la contribution de la houle longue (mode 2) dans les hautes fréquences et de la mer de vent (mode 1) dans les basses fréquences.

5. Conclusion et perspectives

La Décomposition Modale Empirique est une méthode de décomposition des séries temporelles en une somme de modes directement extraits des données. Elle a été proposée comme alternative à l'analyse de Fourier pour les signaux non-linéaires et non-stationnaires.

Nous avons montré comment elle pouvait s'appliquer à l'estimation des vagues par centrale inertielle en permettant de filtrer la dérive d'intégration de celle-ci, et vraisemblablement de séparer directement dans le domaine temporel les différents états de mer (houle longue, mer de vent ...). Une fois les modes/états de mer séparés, on peut appliquer l'analyse de Fourier pour estimer les spectres omnidirectionnels et directionnels de chacun d'entre eux.

Thème 1 – Hydrodynamique marine et côtière

La Décomposition Modale Empirique offre des perspectives intéressantes pour l'ingénierie marine. Cependant, une étude longue durée est nécessaire pour mieux évaluer le comportement de cet algorithme sur des données de vagues. Il reste également du travail pour s'assurer de la correspondance systématique entre les modes et les états de mer, la DME pouvant parfois séparer en différents modes le même phénomène physique. Des travaux dans cette direction seront menés dans le futur.

6. Références

- FLANDRIN P., GONÇALVÈS P., RILLING G. (2004). *Detrending and denoising with empirical mode decompositions*, 12th European Signal Processing Conference, Vienna, Austria, 2004.
- GODA Y. (2010). *Random seas and design of maritime structures*, 3rd edition, World Scientific, 732p. <https://doi.org/10.1142/7425>
- HAUSER D., KAHMA K., KROGSTAD H., WYATT L., LEHNER S., MONBALIU J. (2005). *Measuring and analyzing the directional spectra of ocean waves*, EU Publications Office (OPOCE), 465p. ISBN/ISSN: 92-898-0003-8 | 92-898-0003-8
- HUANG N., SHEN S. (2014). *Hilbert-Huang transform and its applications*, 2nd Edition, Singapore: World Scientific, 324p. <https://doi.org/10.1142/5862>
- HUANG N., SHEN Z., LONG S. (1999). *A new view of nonlinear water waves: The Hilbert spectrum*, Annual Review of Fluid Mechanics, pp. 417-457, <https://doi.org/10.1146/annurev.fluid.31.1.417>
- HUANG N., SHEN Z., LONG S., WU M., SHIH H., ZHENG Q., YEN N.-C., TUNG C. C., LIU H. (1998). *The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis*, Proceedings of the Royal Society A Mathematical Physical and Engineering Sciences, pp. 903-995, <https://doi.org/10.1098/rspa.1998.0193>
- SALMON R. (2015). *Introduction to ocean waves*, Lecture Notes, San Diego: Scripps Institution of Oceanography, 127p. <http://www-pord.ucsd.edu/rsalmon/111.textbook.pdf>
- VELTCHEVA A., GUEDES SOARES C. (2004). *Identification of the components of wave spectra by the Hilbert Huang transform method*, Applied Ocean Research, vol. 26 (1-2), pp. 1-12. <https://doi.org/10.1016/j.apor.2004.08.004>
- VELTCHEVA A., GUEDES SOARES C. (2011). *Application of the Hilbert-Huang transform analysis to sea waves*, in Maritime Engineering and Technology, London, UK, Taylor & Francis Group, pp. 269-278. ISBN:9781299704329 et 1299704328
- WOODMAN O. J. (2007). *An introduction to inertial navigation*, University of Cambridge, Technical report n°696, 3p. <https://www.cl.cam.ac.uk/techreports/UCAM-CL-TR-696.pdf>