

Étude théorique de l'effet d'un faible courant sur les interactions houle/membrane flexible : application à la récupération d'énergie

Nabil ACHOUR¹, Jérôme MOUGEL¹, David LO JACONO¹, David FABRE¹

1. Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse (IMFT), Université de Toulouse, CNRS, Toulouse, France.

nabil.achour@imft.fr ; jerome.mougel@imft.fr ; david.fabre@imft.fr

Résumé :

Dans la perspective de l'utilisation de structures flexibles pour la récupération d'énergies renouvelables, nous nous intéressons dans cette étude à l'effet d'un faible courant sur les performances d'un récupérateur d'énergie de la houle par une membrane flexible. La configuration étudiée théoriquement correspond au forçage par une houle incidente monochromatique, d'une membrane flexible immergée parallèlement à la surface libre en présence d'un courant et reliée à un amortisseur linéaire ponctuel modélisant l'extraction d'énergie. L'effet de l'écoulement incident (vagues/courant) sur l'efficacité de la récupération d'énergie est étudié pour un récupérateur aux caractéristiques données (immersion, propriétés structurelles et dimensions fixées). L'étude révèle notamment que la présence d'un faible courant peut augmenter significativement l'efficacité de la récupération d'énergie des vagues.

Mots-clés :

Interaction fluide-structure, Interaction ondes/courant, Récupération d'énergie.

1. Introduction

Les vagues océaniques représentent une source d'énergie attractive (GUNN & STOCK-WILLIAMS, 2012) ayant fait l'objet de nombreuses études/prototypes et brevets (BABARIT, 2015). Par ailleurs, l'utilisation de structures flexibles pour la récupération d'énergies renouvelables correspond à une piste de recherche prometteuse permettant d'exploiter des mécanismes physiques en rupture avec les systèmes de récupération conventionnels. Des concepts de récupérateurs basés sur les membranes flexibles ont par exemple été conçu pour récupérer l'énergie des vagues (DESMARS *et al.*, 2018) mais aussi l'énergie des courants (TRÄSCH, 2019).

Les vagues océaniques arrivants sur un littoral peuvent d'autre part constituer une menace de dégradation des infrastructures côtières. Différents dispositifs tels que des plaques rigides immergées horizontalement (McIVER, 1985) ont par exemple été étudiés afin de protéger les côtes. Ces études ont démontré la possibilité de réfléchir efficacement les ondes incidentes.

Thème 5 – Énergies et ressources marines

L'objectif est ainsi de minimiser la transmission de la houle pour une application de type *protection des côtes*, ou de minimiser à la fois la transmission et la réflexion (et de tout absorber) pour une application de type *récupération d'énergie*. Un facteur qui reste peu étudié dans ces deux cas correspond à l'effet d'un courant incident. Les récupérateurs d'énergie de la houle, tout comme les systèmes de protection des côtes sont pourtant dédiés à des zones océaniques relativement peu profondes dans lesquels les courants induits par les marées peuvent être significatifs. L'effet d'un courant sur une plaque rigide immergée a été étudié par différentes équipes dont (REY & TOUBOUL, 2011), mais les systèmes flexibles n'ont cependant pas été étudiés à ces jours. L'objectif est ainsi de vérifier l'efficacité des systèmes proposés sous l'effet d'un courant, mais aussi possiblement de mettre à profit l'énergie contenue dans le courant et ainsi concevoir des systèmes de récupération hybride hydrolien/houlomoteurs. Dans cette étude, nous nous focalisons ainsi sur l'effet d'un faible courant sur le rendement d'un récupérateur d'énergie de la vague par une membrane flexible. Nous considérons le forçage par une houle incidente monochromatique, d'une membrane flexible immergée horizontalement en présence d'un courant et reliée à un amortisseur linéaire ponctuel.

2. Formulation du problème

Nous considérons un état de mer idéalisé correspondant à une onde monochromatique d'amplitude a_l et de pulsation ω se propageant dans une couche fluide d'épaisseur h constante et superposée à un courant axial uniforme de vitesse U_0 . Le forçage de cet écoulement incident sur une membrane flexible de longueur l immergée parallèlement à la surface libre à une profondeur d est étudié. La membrane, considérée infiniment fine et de rigidité négligeable, possède une masse par unité de surface μ , est tendue à la tension T_x , et simplement appuyée en ses extrémités. Le système de conversion d'énergie est par ailleurs modélisé par un amortisseur linéaire de constante d'amortissement c positionné au centre de la membrane (Figure 1). Nous nous focaliserons sur le problème 2D décrit en coordonnées cartésiennes (x, y) .

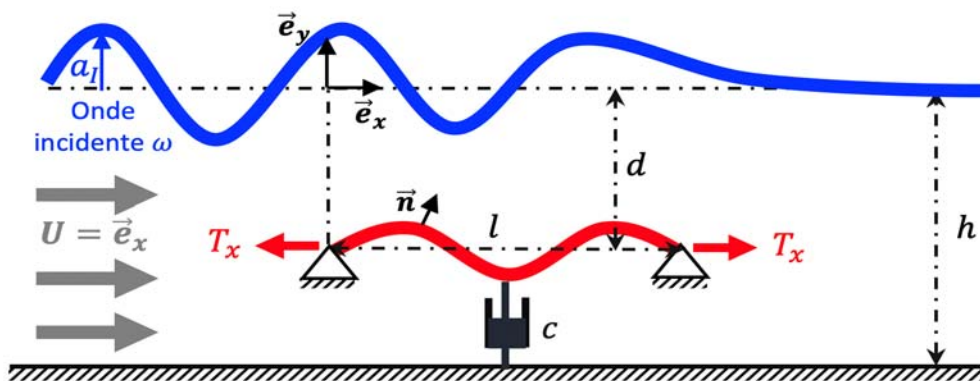


Figure 1. Représentation schématique du problème étudié.

Dans la suite de cet article, les échelles de longueur, de temps et de masse sont choisies respectivement comme h , $\sqrt{h/g}$, et ρh^3 , avec g l'accélération de la gravité. Les paramètres adimensionnels se divisent en deux familles. D'une part les paramètres,

$$Fr = U_0/\sqrt{gh} \text{ et } \omega^* = \omega\sqrt{h/g}, \quad (1)$$

correspondants respectivement au nombre de Froude et à la pulsation adimensionnelle de l'onde incidente. Et d'autre part les paramètres caractérisant les propriétés du système de récupération ainsi que son immersion :

$$l^* = l/h, T_x^* = T_x/(\rho gh^2), c^* = c/(\rho\sqrt{gh}), \mu^* = \mu/(\rho h) \text{ et } d^* = d/h. \quad (2)$$

Notons que le déplacement de la membrane ξ et le potentiel des vitesses ϕ seront normalisés respectivement par a_l et $a_l\sqrt{gh}$. Les astérisques (*) seront omis et toutes les variables sont sans dimension dans le reste du papier.

2.1 Équations linéarisées

2.1.1 *Problème fluide*

Le fluide est supposé non visqueux et l'écoulement incompressible et irrotationnel. La vitesse du fluide s'exprime sous la forme $\vec{U} = Fr\vec{e}_x + \nabla\phi$, où la perturbation du potentiel des vitesses $\phi(x, y, t)$ satisfait l'équation de Laplace dans l'ensemble du domaine fluide autour de la membrane.

$$\Delta\phi = 0. \quad (3)$$

L'équation de Bernoulli instationnaire linéarisée conduit ensuite à la pression :

$$p = -\left(\frac{\partial\phi}{\partial t} + Fr\frac{\partial\phi}{\partial x}\right). \quad (4)$$

2.1.2 *Problème structurel*

La déformation de la membrane ξ est supposée être régie par un modèle de poutre en tension dont la version linéarisée s'écrit :

$$-T_x \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} + c \frac{\partial \xi}{\partial t} \Big|_{x=x_c} \delta(x - x_c) = [p] \quad (5)$$

avec δ la fonction delta de Dirac permettant de modéliser l'effet de l'amortissement ponctuel et $[p] = p(y = -d^+) - p(y = -d^-)$ le saut de pression de part et d'autre de la membrane. Dans cette étude nous considérons que la structure est bi-appuyée en ses extrémités i.e. $\xi = \partial^2 \xi / \partial x^2 = 0$ en $x = 0$ et $x = l$. Pour un amortissement nul et en supposant la structure *in vacuo*, c'est-à-dire que l'on néglige la contribution du fluide, l'équation (3) couplée aux conditions d'appuis simples conduit à une infinité de modes propres de la forme $\varphi_i = \sin(i\pi x/l)$ avec i un entier naturel, associés aux fréquences propres $\omega_i = i\pi\sqrt{T_x/(l^2\mu)}$.

Thème 5 – Énergies et ressources marines

2.1.3 Conditions aux limites

Les conditions dynamiques et cinématiques linéarisées autour de la surface libre au repos en $y=0$ s'écrivent respectivement :

$$p = \eta \quad (6)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\partial \eta}{\partial t} + Fr \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (7)$$

De façon similaire, la condition cinématique linéarisée autour de la position de repos de la membrane en $y=-d$ s'écrit :

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\partial \xi}{\partial t} + Fr \frac{\partial \xi}{\partial x} \quad (8)$$

Pour un fond marin imperméable en $y=-1$ on a de plus :

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \quad (9)$$

Afin d'évacuer les ondes loin du domaine une méthode de type *Complex Mapping* (SIERRA *et al.*, 2019) est de plus mise en œuvre aux frontières du domaine de calcul. Le principe de cette méthode est d'amortir les ondes afin d'éviter leurs réflexions. Il est à noter que l'effet du sillage émis en aval de la structure n'est pas pris en compte dans cette étude. Les résultats expérimentaux de (KOO & KIM, 2007) réalisées dans le cas d'une plaque rigide montrent que l'effet du sillage sur les coefficients de réflexion et de transmission est faible pour une vitesse d'écoulement incident inférieure à 15% de la vitesse des vagues incidentes (i.e. pour $Fr < 0.15$). Dans cette étude nous nous limiterons ainsi à de faibles nombres de Froude en se focalisant en particulier sur la valeur $Fr=0.05$. Dans le cas présent pour lequel la structure est flexible, il est de plus nécessaire que la vitesse réduite, définie comme $U_r = Fr/\sqrt{T_x}$ et décrivant le rapport entre une vitesse caractéristique du fluide et une vitesse caractéristique du solide, reste faible ($U_r = 0.2$) pour pouvoir négliger l'effet du sillage.

2.2 Méthode de résolution

Nous cherchons des solutions harmoniques en temps de pulsation ω (forçage par la houle incidente) et nous décomposons le potentiel des vitesses sous la forme :

$$\phi(x, y, t) = \left(\phi_I + \phi_D + \sum_{i=1}^{N_p} C_i \phi_{Ri} \right) e^{-i\omega t} \quad (10)$$

avec ϕ_I le potentiel incident de houle incidente, ϕ_D le potentiel diffracté associé à la présence d'une membrane rigide et ϕ_{Ri} le potentiel de radiation qui correspond au champ de la houle radié par la structure lorsque celle-ci est forcée à ses différents modes de vibration dans le vide. Cette décomposition des potentiels est classiquement utilisée en hydrodynamique navale (NEWMAN, 1977). Les coefficients C_i sont des constantes complexes et N_p le nombre de modes propres à vide considérés pour décrire la dynamique de la structure.

Les solutions du système d'équations (3-10), lorsque la membrane est omise correspondent au couplage houle/courant décrit par le potentiel des vitesses :

$$\phi_I(x, y) = -\frac{i}{(\omega - Frk)} \frac{\cosh(k(y+1))}{\cosh(k)} e^{ikx} \quad (11)$$

avec k un nombre d'onde solution de la relation de dispersion :

$$(\omega - Frk)^2 = k \tanh(k) \quad (12)$$

En remplaçant la décomposition du potentiel donnée par l'équation (10) dans le système d'équations (3-9), nous obtenons un problème de diffraction et N_p problèmes de radiation. Le problème diffracté est traité par une approche similaire à celle détaillée dans (WINDT *et al.*, 2016) à l'exception que la radiation des ondes est traitée via une méthode de type *Complex Mapping* dans le cas présent.

Afin de prendre en compte la flexibilité de la membrane, une décomposition de Galerkin est utilisée en recherchant le déplacement vertical de la membrane sous la forme d'une superposition de N_p modes propres de la structure dans le vide (sans fluide ni amortissement) :

$$\xi(x, t) = \sum_{i=1}^{N_p} C_i \varphi_i(x) e^{-i\omega t} \quad (13)$$

avec C_i les constantes complexes introduites dans l'équation (10) et φ_i la forme du mode propre de la membrane d'ordre i dans le vide. La méthode discutée dans (DESMARS *et al.*, 2018) dans le cas d'une structure flexible sous l'effet d'une houle incidente est adoptée et permet d'obtenir les N_p potentiels radiés. En remplaçant la décomposition du déplacement de la membrane dans l'équation (5) et en se basant sur l'orthogonalité des modes, en la multipliant par une forme du mode propre de la membrane d'ordre j et en l'intégrant sur la longueur de la plaque, nous obtenons un système de N_p équations à résoudre pour les constantes C_i . Nous renvoyons le lecteur vers l'article (DESMARS *et al.*, 2018) pour davantage de détails techniques concernant la résolution des problèmes diffractés. Notons qu'une méthode de type *Complex Mapping* est également mise en œuvre pour traiter les problèmes radiés.

Le problème diffracté ainsi que les N_p problèmes radiés sont finalement résolus en utilisant le logiciel libre FreeFEM++ (HECHT *et al.*, 2005) basé sur la méthode des éléments finis. On est ainsi en mesure de reconstruire le potentiel total donné par l'équation (10) puis la pression via l'équation de Bernoulli (4). La pression au niveau de la surface libre permet directement de reconstruire l'élévation de la surface libre via l'équation (6) et le déplacement de la structure est reconstruit grâce à l'équation (13). Ces grandeurs permettent finalement de définir les propriétés de réflexion, de transmission ainsi que l'efficacité du dispositif qui sont analysées dans ce qui suit.

3. Résultats et interprétations

Dans cette étude, nous définissons respectivement les coefficients de réflexion, de transmission et l'efficacité du récupérateur comme suit :

$$R = \sqrt{\frac{\sigma_I c_{gR}}{\sigma_R c_{gl}}} \frac{|a_R|}{|a_I|}, \quad T = \frac{|a_T|}{|a_I|} \quad \text{et} \quad E = 1 - (R^2 + T^2), \quad (14)$$

avec $c_g = \partial\omega/\partial k$ la vitesse de groupe de l'onde (réfléchiée ou incidente) dans le référentiel fixe et $\sigma = \omega - Fr k$ la pulsation dans le référentiel en translation à la vitesse du courant. Notons que l'immersion et les propriétés du récupérateur sont fixées égales à

Thème 5 – Énergies et ressources marines

$l = 1$, $d = 0.2$, $T_x = 0.05$, $\mu = 0.001$, $c = 0.2$ et nous nous focalisons sur l'effet de l'écoulement incident paramétré par la pulsation de la houle et le nombre de Froude.

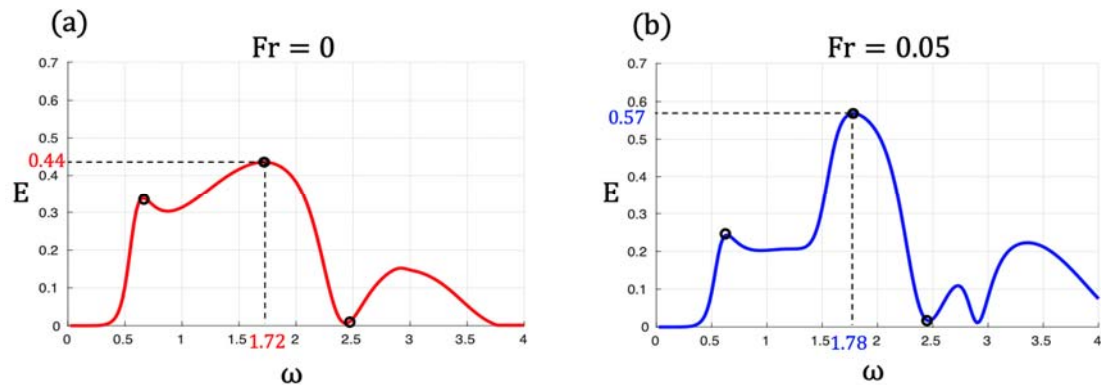


Figure 2. Efficacité du récupérateur en fonction de ω (a) $Fr=0$ et (b) $Fr=0.05$.

La Figure 2 compare l'efficacité du convertisseur en fonction de la pulsation ω en absence de courant incident ($Fr=0$) et en présence d'un faible courant ($Fr=0.05$). Pour des pulsations incidentes inférieures à 2.5 l'allure de l'efficacité est qualitativement la même avec et sans courant. Une efficacité nulle est obtenue dans les deux cas pour des pulsations inférieures à 0.4, ce qui s'explique par le fait que les ondes incidentes sont très longues devant la taille de la membrane de sorte que l'onde se propage sans interagir avec le récupérateur (on vérifie bien que $R=0$ et $T=1$). Pour des pulsations plus importantes, différents pics et creux d'efficacité sont obtenus et analysés dans ce qui suit en se focalisant sur la structure des modes obtenus. Notons qu'un maximum d'efficacité est atteint pour $\omega=1.72$ ($Fr=0$) et $\omega=1.78$ ($Fr=0.05$), i.e. pour des fréquences relativement proches dans les cas avec et sans courant. De façon intéressante on constate de plus que la valeur du maximum d'efficacité augmente de l'ordre de 13% lorsque le courant est présent ($E=0.44$ pour $Fr=0$ contre $E=0.57$ pour $Fr=0.05$).

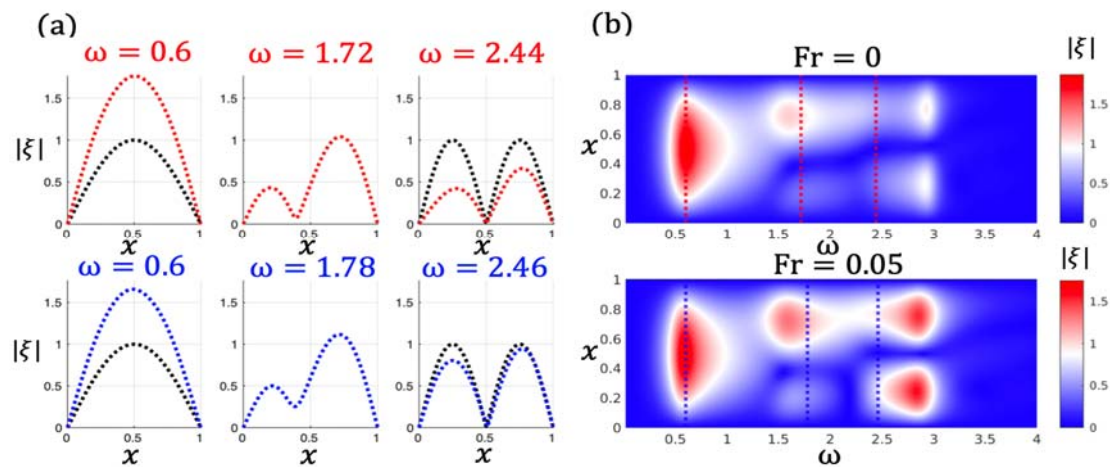


Figure 3. Module du déplacement de la membrane en fonction de ω et x (haut) $Fr=0$, (bas) $Fr=0.05$. Les figures de (a) correspondent aux points indiqués sur la figure 2.

La Figure 3(a) représente l'enveloppe du déplacement de la membrane au niveau des trois pics/creux principaux matérialisés par des points noirs sur la Figure 2, et une généralisation pour l'ensemble des fréquences est montrés sur la Figure 3(b). On constate sur la Figure 3(a) que les différents pics/creux d'efficacité sont associés à des dynamiques de membrane très différentes.

Le premier pic de la Figure 2 obtenu pour une pulsation d'environ 0.6 (que ce soit avec ou sans courant) est associé à l'excitation du premier mode de vibration de la membrane. L'enveloppe de la membrane tracée sur la Figure 3(a) pour $\omega = 0.6$ environ montre en effet que la vibration de la structure prend une forme très proche de celle du premier mode vibratoire, avec une amplitude d'environ $1.76a_I$ (avec a_I l'amplitude de la houle incidente) pour $Fr=0$, et $1.66a_I$ pour $Fr=0.05$. Cette différence d'amplitude explique la baisse d'efficacité obtenue pour ce pic sur la Figure 2 dans le cas où un courant est présent. D'autre part, le creux d'efficacité obtenu en $\omega=2.44$ ($Fr=0$) et $\omega=2.46$ ($Fr=0.05$) sur la Figure 2 se comprend au vu des déplacements de la membrane montrés sur la Figure 3 : à ces fréquences l'onde incidente excite essentiellement le deuxième mode vibratoire de la membrane et un nœud de déplacement est ainsi obtenu au niveau du récupérateur (au centre de la membrane).

Le pic principal obtenu sur la Figure 2 et correspondant au maximum d'efficacité est à $\omega = 1.73$ ($Fr=0$) et $\omega = 1.78$ ($Fr=0.05$), i.e. pour des fréquences incidentes intermédiaires entre les valeurs associées à l'excitation des deux premiers modes de vibrations. La structure associée est montrée sur la Figure 3 (enveloppe de la membrane). On constate que la déformée de la membrane correspond essentiellement à une combinaison des deux premiers modes vibratoires. Comme mentionné précédemment et contrairement à ce qui a été discuter pour le pic associé au premier mode de vibration, l'effet du courant induit une augmentation significative, de l'ordre de 13%, de l'efficacité du dispositif à cette

Thème 5 – Énergies et ressources marines

fréquence. Même si la structure de la membrane obtenue semble proche pour les deux valeurs de Fr étudiées, la combinaison des modes mis en jeu induit des déplacements au niveau de l'amortisseur plus importants dans le cas $Fr=0.05$ (Figure 3a). Il est à noter que les résultats obtenus ci-dessus dans le cas où l'amortisseur est placé au centre de la membrane peuvent être très sensibles à la position de ce dernier, et on peut par exemple s'attendre à un pic d'efficacité pour le mode 2 pour des positions du récupérateur décalées de la position centrale.

4. Conclusion

Cette étude propose un modèle d'interaction onde-courant-membrane flexible permettant d'étudier les performances d'un récupérateur d'énergie de la houle constitué d'une membrane flexible, et en particulier de quantifier l'effet d'un courant incident sur son efficacité. Pour un récupérateur donné pour lequel l'immersion, les propriétés structurelles et les dimensions sont fixées, nous avons traité le problème en utilisant une méthode éléments finis via le logiciel libre FreeFEM++. Les résultats concernant l'efficacité du dispositif avec un faible courant ($Fr=0.05$) ont été confrontés au cas sans courant ($Fr=0$), et l'origine des pics/creux d'efficacité détaillés à l'aide de la structure de la membrane ainsi que celle de la surface libre/champ de pression concernant les pics principaux d'efficacité. Le pic apparaissant pour les plus faibles fréquences correspond essentiellement au premier mode de vibration de la structure, tandis que le pic principal est associé à une déformation de membrane qui combine plusieurs modes de vibration. On obtient de plus que le courant induit une diminution d'efficacité pour premier pic d'efficacité (associé au premier mode structurel), tandis qu'une augmentation de l'efficacité est obtenue concernant le second pic d'efficacité. On montre ainsi que la présence d'un faible courant peut dans certaines gammes de paramètres augmenter significativement l'efficacité de la récupération d'énergie des vagues (de l'ordre de 13% dans le cas considéré ici).

Le modèle proposé dans cette étude peut se généraliser dans le cas où le courant et la houle incidente impactent la structure avec un angle différent ou encore dans le cas d'une houle multi-chromatique (du fait des caractéristiques linéaires du modèle). Ces deux extensions pourraient permettre de se rapprocher davantage des cas réels, et font partie des perspectives de cette étude.

Par ailleurs, les études de stabilité récentes de (MOUGEL & MICHELIN, 2020) et (LABARBE & KIRILLOV, 2020), dans des configurations simplifiées de membranes infiniment longues, mettent en lumière des phénomènes d'instabilité résultants du couplage surface libre/courant/membrane flexible. La généralisation de ces études au cas d'une membrane de longueur finie semble être une piste prometteuse pour affiner la compréhension des mécanismes de récupération d'énergie décrits dans cet article.

5. Références bibliographiques

- BABARIT A. (2015). *A database of capture width ratio of wave energy converters*. Renewable Energy, Vol. 80, pp 610-628. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2015.02.049>
- CHO I.H., KIM M.H. (1998). *Interactions of a horizontal flexible membrane with oblique incident waves*. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 367, pp 139-161. <https://doi.org/10.1017/S0022112098001499>
- DESMARS N., TCHOUFAG J., YOUNESIAN D., ALAM M.R. (2018). *Interaction of surface waves with an actuated submerged flexible plate: Optimization for wave energy extraction*. Journal of Fluids and Structures, Vol. 81, pp 673-692. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2018.05.016>
- GUNN K., STOCK-WILLIAMS C. (2012). *Quantifying the global wave power resource*. Renewable Energy, Vol. 44, pp 296-304. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2012.01.101>
- KOO W., KIM M.H. (2007). *Current effects on nonlinear wave-body interactions by a 2D fully nonlinear numerical wave tank*. J. Waterway, Port, Coastal, Ocean Eng. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-950X\(2007\)133:2\(136\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-950X(2007)133:2(136))
- HECHT F., PIRONNEAU O., LE HYARIC A., OHTSUKA K. (2005). *FreeFem++ manual*. Third Edition, Version 3.58-1. <http://www3.freefem.org/ff++/ftp/freefem++doc.pdf>
- LABARBE J., KIRILLOV O.N. (2020). *Membrane flutter induced by radiation of surface gravity waves on a uniform flow*. arXiv preprint arXiv:2004.11736. <https://doi.org/10.1017/jfm.2020.533>
- McIVER M. (1985). *Diffraction of water waves by a moored, horizontal, flat plate*. J. Eng Math, Vol. 19, pp 297–319. <https://doi.org/10.1007/BF00042875>
- MOUGEL J., MICHELIN S. (2020). *Flutter and resonances of a flag near a free surface*. Journal of Fluids and Structures, 96. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2020.103046>
- NEWMAN J.N. (1977). *Marine hydrodynamics*. Massachusetts Institute of Technology Press, Cambridge, Mass, 432 p.
- REY V., TOUBOUL, J. (2011). *Forces and moment on a horizontal plate due to regular and irregular waves in the presence of current*. Applied Ocean Research, Vol. 33(2), pp 88-99. <https://doi.org/10.1016/j.apor.2011.02.002>
- SIERRA J., FABRE D., CITRO V. (2019). *Efficient stability analysis of fluid flows using complex mapping techniques*. Computer Physics Communications, 107100. <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2019.107100>
- TRÄSCH M. (2019). *Caractérisation expérimentale et numérique du comportement hydrodynamique d'une hydrolienne à membrane ondulante*. PhD Thesis, Université de Lille. <https://archimer.ifremer.fr/doc/00490/60185/>
- WINDT C., TCHOUFAG J., ALAM M. (2016). *Numerical investigation of three-dimensional effects on wave excitation forces on a submerged rigid board*. In Proceedings of the 2nd International Conference on Offshore Renewable Energy - CORE 2016, Glasgow, UK.

Thème 5 – Énergies et ressources marines