



Génération non-linéaire d'harmoniques après une conversion linéaire en interaction houle-courant

Léo-Paul EUVÉ¹, Germain ROUSSEAUX¹

1. Institut Pprime, UPR 3346, CNRS-Université de Poitiers-ISAE ENSMA,
11 Boulevard Marie et Pierre Curie - Téléport 2, BP 30179,
86962 Futuroscope Cedex, France.
germain.rousseau@univ-poitiers.fr

Résumé

L'interaction houle-courant est traitée d'un point de vue non-linéaire dans ce travail en considérant la génération d'harmoniques pendant la progression spatiale d'une houle initialement sinusoïdale créée par un batteur dans un canal hydraulique. Nous démontrons expérimentalement la coexistence entre la conversion de mode linéaire de l'onde incidente en ondes "réfléchies" par le contre-courant inhomogène (seule présente à faible amplitude de la houle incidente) et la génération non-linéaire d'harmoniques à partir des modes convertis et non pas à partir de la composante principale incidente qui reste linéaire et à fréquence conservée. Nous montrons que la génération d'harmoniques pour les ondes "réfléchies" est pilotée par la géométrie de l'obstacle, les paramètres du régime étudié ainsi que par l'amplitude de la houle linéaire incidente. Le propos est illustré par des expériences dans les canaux de l'Institut Pprime et de la société ACRI-IN de dimensions différentes. Ces mécanismes permettent d'envisager la compréhension de spectres non-linéaires de houle en présence de courant.

Mots-clés : Interaction houle-courant, Détection d'interface, Ondes de gravité, Conversion linéaire, Génération d'harmoniques.

1. Introduction

L'interaction houle-courant est un sujet classique en génie côtier qui a fait l'objet de nombreux articles de revue (PEREGRINE, 1976 ; JONSSON, 1990 ; THOMAS & KLOPMAN, 1997 ; MAISSA *et al.*, 2013). Nous avons récemment rapporté des mesures de la relation de dispersion des vagues en présence d'un courant homogène dans l'approximation linéaire dans ce journal (FALTOT *et al.*, 2013) : on observe des modes convertis à fréquence relative (dans le référentiel du courant) avec les deux signes positif ou négatif selon que la vitesse de phase des ondes est plus grande ou plus petite que la vitesse (moyenne) du courant supposé uniforme selon la direction verticale. Nous souhaitons aborder le problème de la conversion de modes lorsqu'une vague se propage sur un courant inhomogène spatialement créé par un obstacle de fond. Il est bien connu que de nouveaux modes à longueurs d'onde différentes apparaissent à fréquence fixée par conversion linéaire comme décrit théoriquement par l'analyse de la

relation de dispersion (ROUSSEAUX *et al.*, 2008, NARDIN *et al.*, 2009). Une première expérience en 2008 avait cherché à mettre en évidence cette conversion linéaire dans le canal à houle et courant de la société ACRI-IN (ROUSSEAUX *et al.*, 2008). En raison de l'apparition de recirculation dans l'écoulement, une géométrie d'obstacle avec une pente descendante plus douce avait été utilisée en 2010 (ROUSSEAUX *et al.*, 2010, CHALINE *et al.*, 2013). La figure 1 montre le principe du montage expérimental ainsi qu'une photographie de perspective de la surface libre avec la superposition d'une onde longue incidente (non-bloquée par le contre-courant inhomogène) avec des ondes courtes converties (de manière linéaire ou non-linéaire selon les régimes, voir ci-dessous) se propageant sur le "dos" de l'onde "porteuse" générée par le batteur en bout de canal. L'analyse de 2008 des diagrammes spatio-temporels de la surface libre sur le bord du canal et observée avec une caméra en vue de côté indiquait que la fréquence des modes convertis n'était apparemment pas conservée et l'étude avait conclu sur la possibilité d'un mécanisme de conversion non-linéaire (en modes à fréquence relative positive ou négative) restant à élucider théoriquement: "Could it be a nonlinear mode conversion, a nonlinear process generating harmonics with negative frequencies?". Parmi les mécanismes qui pourraient expliquer une non-conservation de la fréquence de l'onde incidente, l'instabilité de Benjamin-Feir (qui est amplifiée en présence d'un contre-courant), est un candidat éventuel et souvent rencontré en génie côtier (BENJAMIN & FEIR, 1967 ; SHUGAN *et al.*, 2014). Dans ce cas, la fréquence centrale d'un paquet d'onde diminue au cours de la propagation dans un canal suffisamment long en l'absence de courant ou sur une distance plus courte à contre-courant. Cette instabilité est souvent associée au caractère non-parfait de la sinusoïde générée par le batteur à houle et fait intervenir des interactions non-linéaires ondes-ondes entre la fréquence principale et deux fréquences satellites (BENJAMIN & FEIR, 1967).

2. Matériel et méthodes

Dans cette nouvelle étude, nous allons suivre une onde de gravité se propageant à contre-courant sur un obstacle qui fait varier spatialement la vitesse du courant jusqu'au blocage. En mesurant la déformée de surface libre, nous allons distinguer les modes principaux (dit incidents et bleuis) de leur harmoniques afin de conclure sur le mode de conversion : en particulier, est-ce que la conversion est linéaire/non-linéaire ? Les non-linéarités apparaissent-elles durant la propagation (par une instabilité du type Benjamin-Feir et/ou par la génération d'harmoniques) ?

A des fins de comparaisons et dans l'optique de minimiser les recirculations de l'écoulement, nous employons à Poitiers et dans cette étude l'obstacle ainsi que les paramètres (hauteur asymptotique $h=19.4\text{cm}$, débit par unité de largeur $q=0.045\text{ m}^2/\text{s}$) du régime de l'équipe de Vancouver (WEINFURTNER *et al.*, 2011). La technique de mesure de surface libre est identique à celle décrite dans (FALTOT *et al.*, 2014). Le

générateur d'onde (bateur) placé en sortie du canal utilise la technologie d'un moteur linéaire afin de produire des ondes purement sinusoïdales (figure 2).

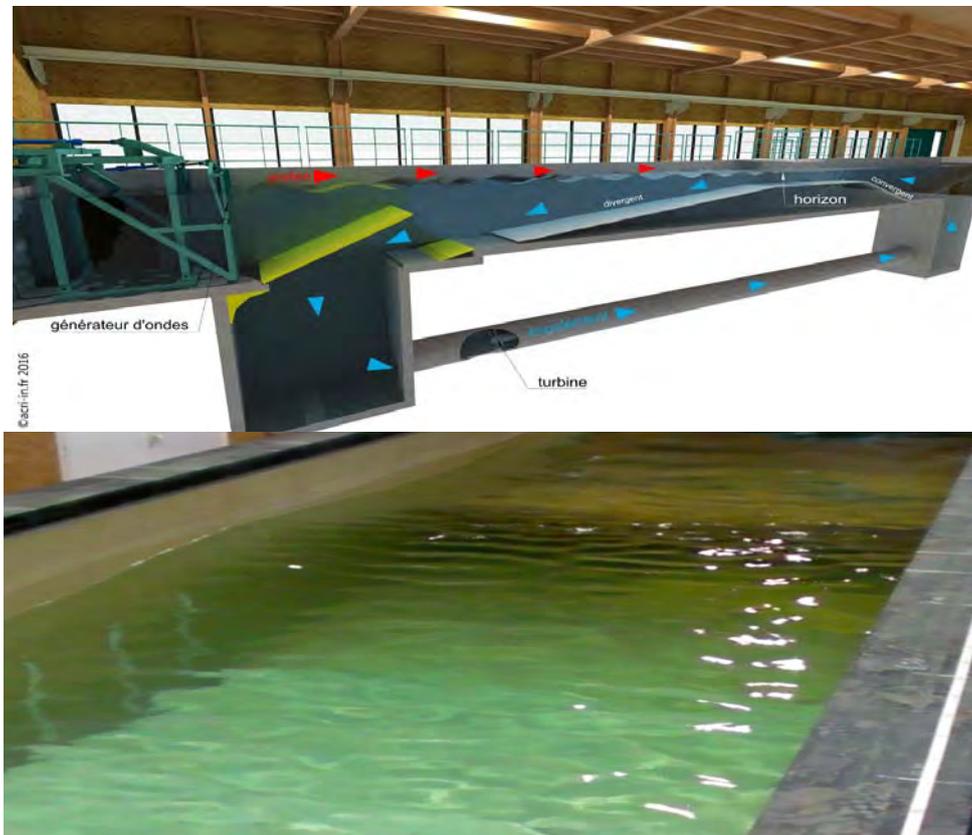


Figure 1. (Haut) Schéma du montage d'interaction houle-courant dans le canal de la société ACRI-IN (<http://www.acri-in.fr/fr/outils-methodes/laboratoire-hydrodynamique-acri-in>); (Bas) Superposition d'une onde incidente longue avec des ondes converties courtes sur la pente descente pour le courant de l'obstacle de fond.

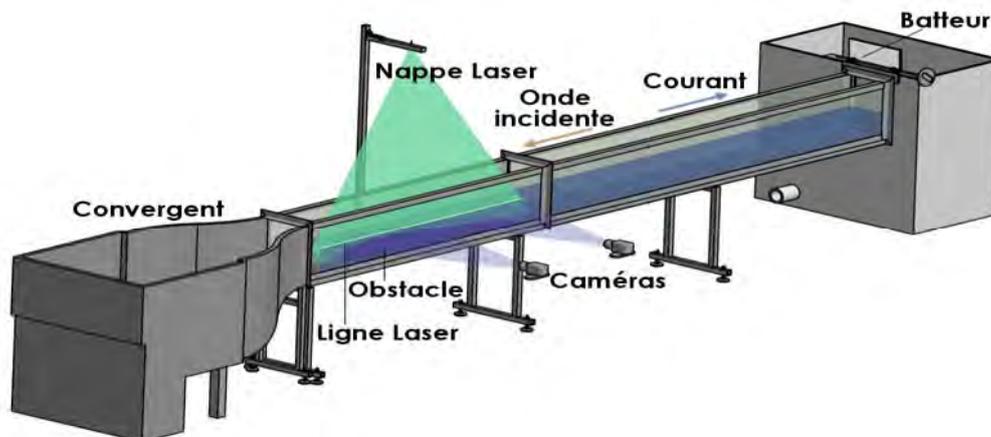


Figure 2. Schéma du montage d'interaction houle-courant dans le canal SédHyde de l'institut Pprime (<http://www.univ-poitiers.fr/recherche/plateformes-technologiques/hydrodynamique-environnementale-phe/>).

3. Résultats

La fréquence incidente envoyée au niveau du batteur est $f=0.47\text{Hz}$ et son amplitude est de $A=0.9\text{ mm}$ afin que l'onde soit totalement bloquée par le contre-courant au niveau de l'obstacle (EUVÉ *et al.* 2015). La mesure de surface libre a permis d'obtenir le diagramme spatio-temporel duquel a été soustraite la hauteur moyenne en chaque position pour ne visualiser que les fluctuations de surface libre. Dans le but de prouver la présence d'un processus non-linéaire ainsi que d'en déterminer la nature, une transformée de Fourier temporelle a été appliquée à partir du diagramme spatio-temporel (figure 3).

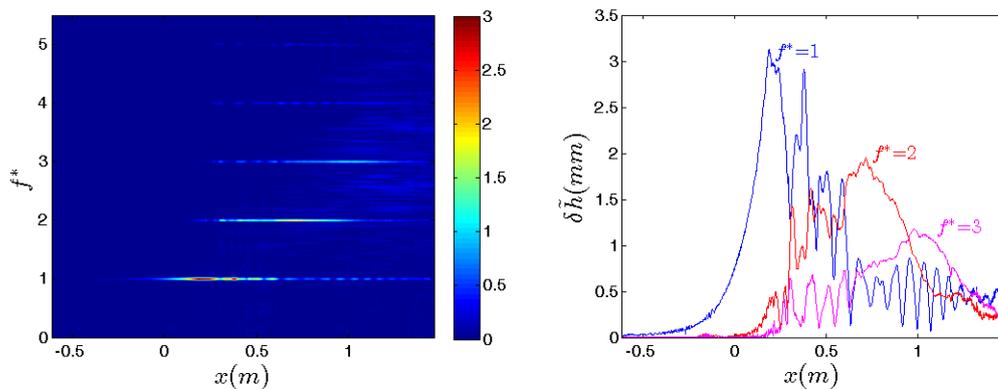


Figure 3. (Gauche) Fréquences adimensionnées par la fréquence du batteur à houle en fonction de la position dans le canal de Pprime ($x=0$ correspond à la limite droite de la partie supérieure de l'obstacle ; la barre de couleur correspond à l'amplitude des ondes en mm). (Droite) Coupes du diagramme spatio-fréquentiel précédent au niveau de la fréquence fondamentale et de ses harmoniques.

Sur la figure 3, on observe que la fréquence incidente ne subit pas d'instabilité de type Benjamin-Feir (diminution progressive de la fréquence au cours de la propagation). Mais on peut très clairement voir l'apparition d'harmoniques ($f^*=2, 3, \dots$), on remarque qu'elles semblent apparaître progressivement de la gauche vers la droite dans le sens de propagation de l'énergie des ondes converties (dites "bleuies") dont la vitesse de groupe est négative et opposée à la vitesse de phase qui, elle, est dans le même sens que l'onde incidente. En filtrant temporellement autour des fréquences principalement présentes ($f^*=1, 2, 3$), on peut visualiser, dans l'espace réel, la contribution de chacune d'entre elles (figure 4). On remarque que pour les harmoniques, les longueurs d'onde sont courtes, ce qui correspondrait aux ondes converties ($\sim 0.1\text{ m}$) et non à l'onde incidente ($\sim 2\text{ m}$).

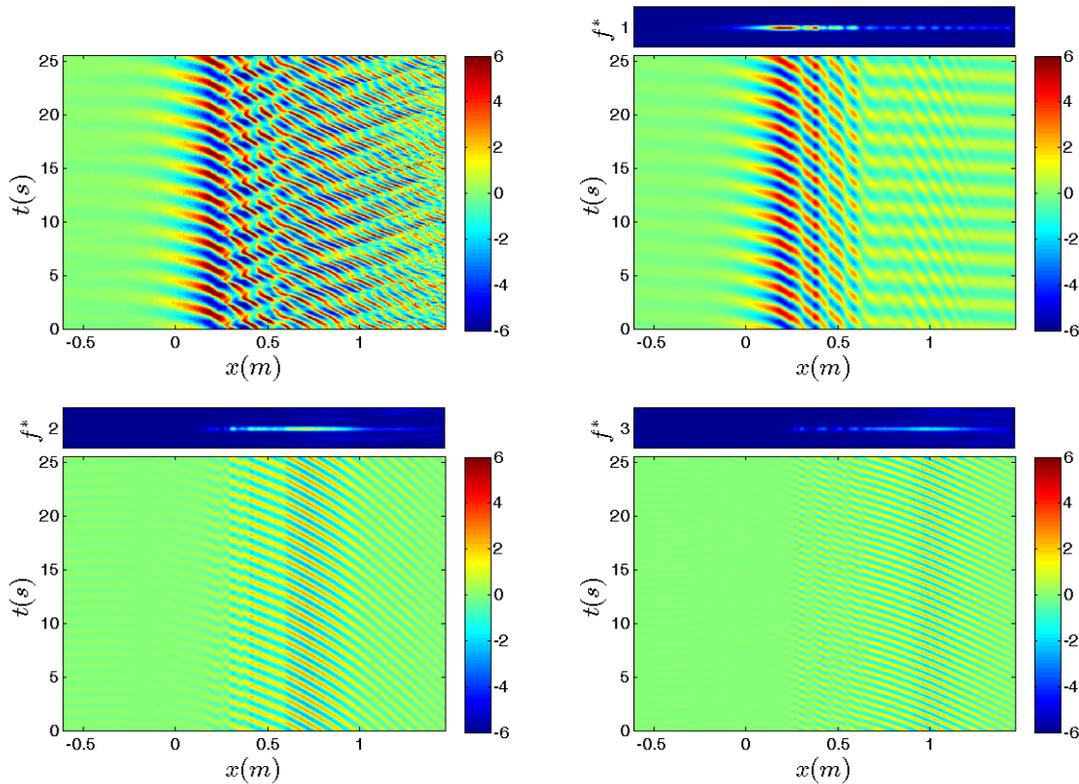


Figure 4. (Haut gauche) Diagramme spatio-temporel des fluctuations de surface libre. (Haut droite) Diagramme spatio-temporel après filtrage autour de la fréquence adimensionnée $f^*=1$, (Bas gauche) $f^*=2$, (Bas droite) $f^*=3$ (la barre de couleur correspond à l'amplitude des ondes en mm).

En choisissant une fenêtre d'observation ne comprenant pas la position du point de blocage ($x \sim 0.1$ m, là où les solutions de l'onde incidente et convertie sont identiques), on peut appliquer des filtres en espace et en temps autour des différentes solutions : incidente fondamentale ($I^{(1)}$), bleue fondamentale ($B^{(1)}$), bleue harmonique ($B^{(2)}$), transverse harmonique ($T^{(3)}$). Ces solutions ont été choisies de telle manière que leurs longueurs d'onde correspondent à celles observées sur les diagrammes spatio-temporels (figure 4). Ces filtres nous permettent d'obtenir l'amplitude de chaque solution en fonction de la position spatiale. Nous décidons d'adimensionner ces amplitudes (figure 5) grâce à leur nombre d'onde obtenu par le biais de la relation de dispersion en chaque position.

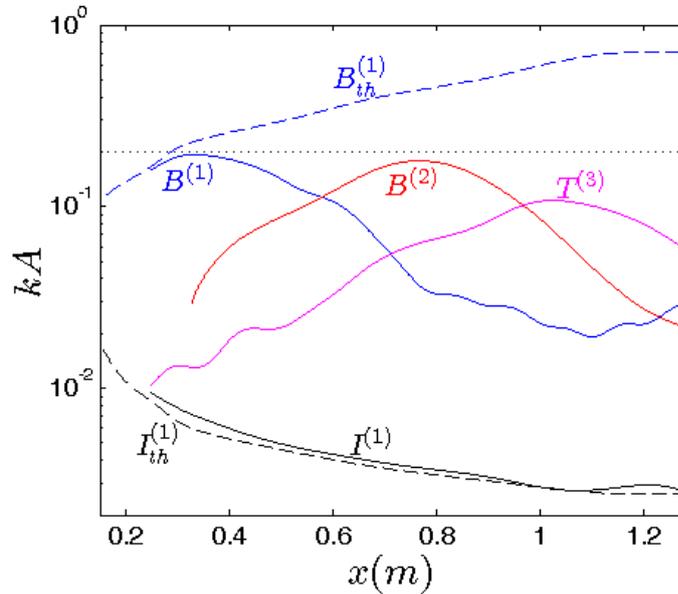


Figure 5. Amplitudes adimensionnées du mode incidents (linéaire $I^{(1)}$) et convertis (bleu linéaire $B^{(1)}$, bleu harmonique $B^{(2)}$, transverse harmonique $T^{(3)}$). Les courbes en tirets correspondent aux prédictions théoriques dans le cas d'une conversion uniquement linéaire. La droite en pointillés horizontale correspond à la cambrure limite $kA \sim 0.2$.

Les courbes théoriques présentées sur la figure 5 sont obtenues grâce au principe de conservation linéaire de l'action d'onde (BRETHERTON & GARRETT, 1969) calculée à partir de l'onde incidente en aval de l'obstacle. On remarque que la courbe de l'onde incidente $I^{(1)}$ suit parfaitement la courbe théorique signifiant que la propagation de cette onde reste linéaire. On montre que la conversion est linéaire car l'amplitude de l'onde convertie $B^{(1)}$ correspond, elle aussi, à la prédiction théorique linéaire près du point de blocage et que le processus non-linéaire de génération d'harmoniques apparaît durant la propagation de cette onde convertie linéairement. On peut aussi remarquer qu'il y a une cambrure limite ($kA \sim 0.2$) que les ondes ne dépassent pas. Ce critère est cohérent avec celui discuté dans le livre de KOMAR (1976) décrivant la limite entre la houle linéaire d'Airy et la houle de Stokes du 3^{ème} ordre $H/\lambda = 0.0625 \cdot \tanh(kh)$ (où H est l'amplitude crête à creux de l'onde, λ sa longueur d'onde, k le nombre d'onde et h la hauteur d'eau). Pour les ondes converties, la hauteur d'eau adimensionnée est "grande" $kh > 2$, on se trouve donc dans la limite eaux profondes avec $\tanh(kh) \sim 1$. Dans cette approximation, ce critère revient à $kA = 0.196$ (réécrit sous une forme similaire au nôtre). On peut aussi comparer ce seuil d'apparition des harmoniques avec le critère de Miche décrivant la limite du déferlement $H/\lambda = 0.142 \cdot \tanh(kh)$, ou encore dans l'approximation eaux profondes, $kA = 0.446$. Ce critère de déferlement n'est jamais atteint dans les expériences car il est supérieur au critère de génération des harmoniques.

Pour une position spatiale donnée, on remarque que le nombre d'onde k du premier harmonique ($f^*=2$) est toujours plus faible que celui du fondamental ($f^*=1$) pour les ondes converties, la génération d'harmoniques est donc un "bon" procédé pour éviter une cambrure trop importante (kA).

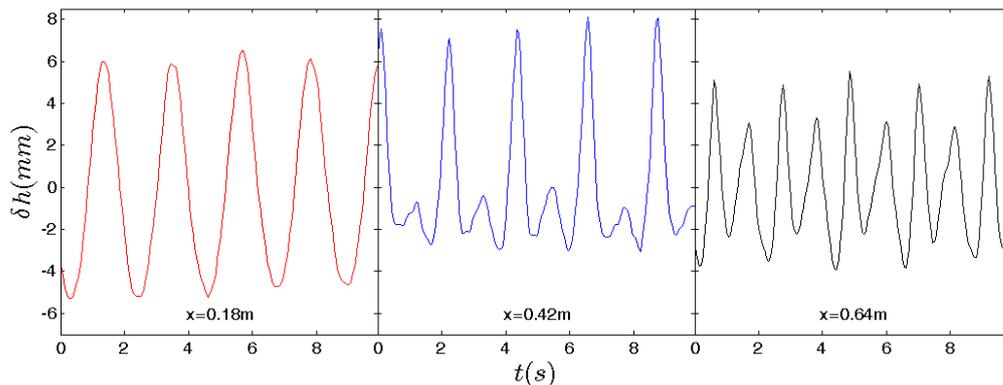


Figure 6. Déformées de surface libre en fonction du temps pour différentes positions spatiales ($x=0$ correspond à la limite droite de la partie supérieure de l'obstacle).

Les trois positions spatiales représentées sur la figure 6 ont été choisies afin d'illustrer sous un autre angle la génération d'harmoniques au cours de la propagation. On voit sur la première courbe ($x=0.18\text{ m}$) que seule la fréquence fondamentale est présente, sur la seconde ($x=0.42\text{ m}$) l'amplitude de la composante fondamentale et celle du premier harmonique sont du même ordre de grandeur et enfin sur la troisième ($x=0.64\text{ m}$) l'amplitude de la fondamentale est faible devant celle de l'harmonique.

Pour ce couple obstacle/régime d'écoulement, le seul moyen d'éviter la génération d'harmoniques serait de limiter l'amplitude maximale de l'onde convertie, autrement dit, en considérant la conservation linéaire de l'action d'onde, il faudrait diminuer celle de l'onde incidente en aval de l'obstacle. En envoyant une onde incidente d'amplitude réelle $A=0.2\text{ mm}$ ($A=0.9\text{ mm}$ dans le cas étudié ici), l'amplitude adimensionnée kA théorique de l'onde bleue (courbe bleue en tirets de la figure 5) ne dépasserait en aucune position spatiale la valeur critique $kA=0.2$, la propagation des ondes converties serait alors théoriquement linéaire.

4. Conclusions

La génération d'harmonique est un moyen de redistribuer l'énergie afin d'éviter une cambrure trop forte. Dans le cas des interactions houle-courant, nous montrons ici que ce processus non-linéaire peut intervenir après une conversion linéaire et qu'il semble être piloté par un critère sans dimension tout comme le déferlement. Des études expérimentales ainsi que théoriques pourraient montrer si ce critère est universel et

examiner ses conséquences sur l'interprétation des spectres non-linéaires de houle (KROGSTAD & TRULSEN, 2010).

5. Remerciements

G.R. souhaite remercier vivement les organismes suivants pour leur soutien et les subventions accordées : la Mission Interdisciplinaire du CNRS (PEPS PTI 2014 DEMRATNOS) ; les Universités de Poitiers et de Tours à travers l'ACI Interaction Houle-Courant de l'Université de Poitiers 2013 et l'ARC Poitiers-Tours 2014 ; l'ANR à travers le programme HARALAB (ANR-15-CE30-0017-04) ainsi que le FEDER 35790-2012 qui a financé le canal. Les auteurs remercient les personnes suivantes de l'institut Pprime pour leur aide technique : Jean-Marc Mougnot, Patrick Braud et Romain Bellanger.

Cet article est dédié à la mémoire de Pierre Guevel (1929-2007) qui a suivi les premières expériences dans le canal d'ACRI-IN discutées dans ce travail (figure 7).



Figure 7. Philippe Maïssa, Pierre Guevel et Germain Rousseaux sur le bord du canal d'ACRI-IN.

6. Références bibliographiques

- BENJAMIN T.B., FEIR J.E. (1967). *Instability of periodic wavetrains in nonlinear dispersive systems*. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 27, pp 417-430. <http://dx.doi.org/10.1098/rspa.1967.0123>
- BRETHERTON F.P., GARRETT C.J.R. (1968). *Wavetrains in inhomogeneous moving media*, Proc Roy. Soc. A., Vol. 302, pp 529-554. <http://dx.doi.org/10.1098/rspa.1968.0034>
- CHALINE J., JANNES G., MAÏSSA P., ROUSSEAUX G. (2013). Some aspects of dispersive horizons: lessons from surface waves. In : *Analogue Gravity Phenomenology*. Springer International Publishing. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-319-00266-8_7
- EUVE L.-P., MICHEL F., PARENTANI R., ROUSSEAUX G. (2015). *Wave blocking and partial transmission in subcritical flows over an obstacle*, Physical Review D, 91, 024020. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.91.024020>
- FALTOT P.-J., BELLANGER R., MOUGENOT J.-M., ROUSSEAUX G. (2014). *Interaction Houle-Courant : Mesure de la Relation de Dispersion*. XIII^{èmes} Journées Génie Côtier Génie Civil, pp 79-92. <http://dx.doi.org/10.5150/jngcgc.2014.010>
- JONSSON I.G. (1990). *Wave-current interactions*. In The Sea (ed. B. Le Mehaute and D. M. Hanes), pp 65-120, John Wiley.
- KOMAR P.D. (1976). *Beach Processes and Sedimentation*, Prentice-Hall.
- KROGSTAD H.E., TRULSEN K. (2010), *Interpretations and observations of ocean wave spectra*, Ocean Dynamics, Vol. 60, pp 973-991. <http://dx.doi.org/10.1007/s10236-010-0293-3>
- MAÏSSA P., ROUSSEAUX G., STEPANYANTS Y. (2013). *Influence of shear-flow vorticity on wave-current interaction*. 7th International Conference on Coastal Dynamics, Arcachon, pp 1137-1146.
- NARDIN J.-C., ROUSSEAUX G., COULLET P. (2009). *Wave-current interaction as a spatial dynamical system : analogies with rainbow and black hole Physics*. Physical Reviews Letters, Vol. 102(12), pp 124504-1/4.
- PEREGRINE D.H. (1976). *Interaction of water waves and currents*. Adv. Appl. Mech., 16, pp 9-117. [http://dx.doi.org/10.1016/S0065-2156\(08\)70087-5](http://dx.doi.org/10.1016/S0065-2156(08)70087-5)
- ROUSSEAUX G., MATHIS C., MAÏSSA P., PHILBIN T., LEONHARDT U. (2008). *Observation of negative phase velocity waves in a water tank: A classical analogue to the Hawking effect ?* New Journal of Physics, Vol. 10, 053015. <http://dx.doi.org/10.1088/1367-2630/10/5/053015>
- ROUSSEAUX G., MAÏSSA P., MATHIS C., PHILBIN T., LEONHARDT U. (2010). *Horizons effects with surface waves on moving water*. New Journal of Physics, Vol. 12, 095018. <http://dx.doi.org/10.1088/1367-2630/12/9/095018>
- SHUGAN I., SAPRYKINA Y., KUZNETSOV S., YANG R. (2014). *Frequency downshifting of wave spectra and formation of freak waves on non-uniform opposing current*, Coastal Engineering Proceedings, 1 (34), waves.24. <http://dx.doi.org/10.9753/icce.v34.waves.24>

Thème 1 – Hydrodynamique côtière

THOMAS G.P., KLOPMAN G. (1997). *Wave-current interactions in the nearshore region*. In Gravity Waves in Water of Finite Depth. J. N. Hunt, Editor, Advances in Fluid Mechanics, Vol. 10, CMP, Southampton.

WEINFURTNER S., TEDFORD E.W., PENRICE M.C.J., UNRUH W.G., LAWRENCE G.A. (2011). *Measurement of stimulated Hawking emission in an analogue system*. Physical Review Letters, Vol. 106, 021302.

<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.106.021302>