



## Modélisation numérique de l'interaction houle - fond poreux

Ech-Charki DARDAB<sup>1</sup>, Soumia MORDANE<sup>2</sup>, Lamya ELATLASSI<sup>2</sup>,  
Mohamed CHAGDALI<sup>2</sup>, Jérôme BROSSARD<sup>3</sup>

1. Ecole Royale Navale, Casablanca, Maroc.
2. Faculté des Sciences, Ben M'Sik, Université Hassan II, Casablanca, Maroc.  
*m\_chagdali@hotmail.com*
3. LMGP, Université du Havre, France.

### Résumé :

On présente une étude analytique de l'interaction de la houle avec un fond poreux constitué de plusieurs couches. Le modèle de Forchheimer sous l'hypothèse de travail équivalent de Lorentz est utilisé pour décrire l'écoulement instationnaire et turbulent engendré par la houle dans le milieu poreux. Dans la littérature, l'étude se fait souvent pour un milieu poreux constitué d'une seule couche. Dans ce travail, nous généralisons les résultats théoriques de la relation de dispersion et de la cinématique de la houle à un milieu poreux constitué de plusieurs couches déposés d'une manière horizontale. Les solutions sont obtenues par une méthode semi-numérique.

### Mots clefs :

Houle, milieu poreux – Forchheimer – Relation de dispersion – Milieu multicouche

### 1. Introduction

De nombreux modèles ont été développés pour décrire l'interaction de la houle avec un milieu poreux. Les premiers modèles théoriques ont été présentés par SOLLITT et CROSS (1972) qui ont évalué la transmission et la réflexion des vagues en présence d'un brise-lames perméable. MADSEN (1974) et MADSEN (1983) ont mis au point des modèles voisins appliqués à des brise-lames émergés. GU ET WANG (1991 ; 1992) ont traité l'interaction des vagues avec un brise-lames constituée d'enrochements multicouches. LOSADA *et al.* (1995a ; 1995b) ont développé l'équation de pentes douces de Berkhoff pour l'évolution de la houle sur un brise-lame poreux submersible. L'intérêt de ces études est de mettre en évidence l'aspect modélisation dans les milieux poreux.

Dans ce travail, nous présentons un modèle semi-analytique pour analyser l'interaction de la houle avec un fond poreux constitué de plusieurs couches de caractéristiques différentes. L'un des intérêts portés à cette étude est de mettre en évidence les profondeurs critiques d'impact de la houle sur le fond poreux. Une des applications directes est de comprendre la remobilisation des sédiments dans le fond marin. Dans le milieu poreux, le modèle adopté est celui de Forchheimer (POLUBARINOVA-KOCHINA, 1952). Ce modèle introduit des paramètres comme le coefficient de masse

ajoutée et le coefficient de traînée turbulente qui sont très difficiles à déterminer par des mesures internes au milieu poreux. Des études expérimentales ont été menées par BROSSARD *et al.* (2004), ces coefficients ont été déterminés par les mesures de la longueur d'onde et du coefficient d'amortissement pour une structure poreuse monocouche.

## 2. Modélisation théorique :

Un milieu poreux constitué de plusieurs couches horizontales en présence de la houle est schématisé par la figure 1. Ce milieu poreux est constitué de  $n$  couches poreuses de caractéristiques différentes. Les axes orthogonaux  $Ox$  et  $Oz$  coïncide avec la surface libre au repos. Les profondeurs du fluide et des couches poreuses sont respectivement  $h_0, h_1, h_2, h_3, \dots, h_n$ .

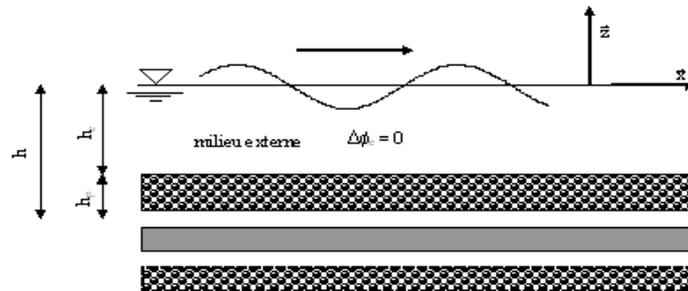


Figure 1 Schématisation d'un milieu multicouche.

## 2. Formulation théorique

On considère une houle monochromatique se propageant en présence d'un fond poreux constitué de  $n$  couches poreuses de caractéristiques différentes. Le domaine d'étude est constitué d'un écoulement externe ( $-h_0 \leq z \leq 0$ ) et d'un milieu poreux constitué de  $n$  couches avec des épaisseurs constantes ( $-\infty < x < +\infty; -h_j \leq z \leq -h_{j-1}$ ), (figure 1).

On se restreint à une approche linéaire, le modèle de FORCHHEIMER s'écrit en termes de potentiels des vitesses sous la forme suivante (SOLLITT & CROSS, 1972):

$$\begin{cases} \Delta\varphi=0 & -h_0 \leq z \leq 0 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{\nabla}(\varepsilon\vec{\nabla}\varphi)=0 & -h_i \leq z \leq -h_{i-1} & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial\varphi}{\partial z} - \frac{\omega^2}{g}\varphi=0 & z=0 & (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} Z(-h_i^-)\varphi(-h_i^-)=Z(-h_i^+)\varphi(-h_i^+) & \text{avec : } Z(h_i)=s(h_i)-if(h_i) & z=-h & (4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{\nabla}\varphi(-h_i^-)\cdot\vec{n}_i=\vec{\nabla}\varphi(-h_i^+)\cdot\vec{n}_i & z=-h_i & (5) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{\nabla}\varphi\cdot\vec{n}_f=0 & z=-h_n & (6) \end{cases}$$

$$\eta(x,t)=-\frac{1}{g}\frac{\partial\Phi_0}{\partial t} \quad (7)$$

Avec  $i$  est le nombre complexe,  $\varepsilon$  la porosité du milieu,  $\varphi$  le potentiel des vitesses,  $\eta$  l'élévation de la surface libre ;  $\rho$  la masse volumique du fluide,  $z$  la cote verticale,  $g$  la gravité,  $\vec{\nabla}$  désigne l'opérateur gradient,  $\vec{n}_f$  le vecteur normal à l'interface,  $s$  est le coefficient d'inertie,  $f$  peut être assimilé à un coefficient de frottement ou d'amortissement,  $\omega$  représente la pulsation du mouvement harmonique de période  $T$ . Le  $Z$  est un coefficient caractérisant la couche poreuse en terme de masse ajoutée et de coefficient d'inertie.

L'évaluation du coefficient  $f$  repose sur l'hypothèse de Lorentz du travail équivalent qui consiste à égaliser sur une période, le travail du terme non- linéaire avec celui d'un terme linéaire. Le terme  $f$  vaut (DINGEMANS, 1996) :

$$f\omega = \frac{\nu\varepsilon}{k} \left(1 + \frac{C_f \varepsilon \sqrt{k}}{\nu} \tilde{f}\right) \quad (8)$$

Avec :

$$\tilde{f} = \frac{\int_{\tau} \left[ \int_0^T |\bar{q}|^3 dt \right] d\tau}{\int_{\tau} \left[ \int_0^T |\bar{q}|^2 dt \right] d\tau} = \frac{8\sqrt{a+b}}{3\pi} \left\{ E(m) - \frac{1}{4} \left(1 - \frac{b}{a}\right) K(m) \right\} \quad (9)$$

$$a = \frac{1}{T} \int_0^T |\bar{q}|^2 dt \quad b = \text{Max}(|\bar{q}|^2 - a) \quad m = \frac{2b}{a+b} \quad (10)$$

$\bar{q}$  est la vitesse interstitielle ou vitesse moyenne réelle du fluide,  $K(m)$  et  $E(m)$  représentent respectivement des intégrales elliptiques de premier et de second espèce.

Il suffit donc d'utiliser une méthode itérative couplant les deux expressions de  $f$  et l'équation de FORCHHEIMER pour obtenir le champ de vitesse dans le milieu poreux. Dans la suite, on note  $(\ )_j$  la variable relative à chaque couche  $j$ , où l'indice  $j$  désigne la  $j^{\text{ème}}$  couche poreuse ( $j=1, \dots, n$ ).

### 3. Résolution analytique

La résolution analytique est obtenue en supposant qu'il n'y a pas d'onde réfléchie, en appliquant la méthode de séparation des variables et en raccordant les potentiels des vitesses pour calculer les constantes d'intégration. Nous obtenons les relations de dispersions et les potentiels des vitesses respectivement dans le milieu externe et dans le milieu poreux monocouche, bicouche et tri couche ( $\varphi_i$  avec  $i$  est le numéro de la couche, 0 désigne le milieu extérieur).

Les résultats d'un milieu avec une seule couche poreuse sont présentés dans la référence (BROSSARD *et al.*, 2004) Pour un milieu poreux à deux couches, les résultats analytiques s'écrivent sous la forme.

## Thème 2 – Dynamique sédimentaire

- Relation de dispersion :

$$\frac{\omega^2}{K_2 g} = \frac{t_0 + \frac{t_{10}}{Z_1} + \frac{t_{21}}{Z_2} + \frac{Z_1}{Z_2} t_0 t_{10} t_{21}}{1 + t_0 \frac{t_{10}}{Z_1} + t_0 \frac{t_{21}}{Z_2} + \frac{Z_1}{Z_2} t_{10} t_{21}} \quad (11)$$

- Potentiel des vitesses pour le milieu extérieur

$$\Phi_0(x, z, t) = \text{Re} \left\{ \frac{jag}{\omega Z_0} \left[ \frac{\omega^2}{gK_2} \text{sh}(K_2 z) + \text{ch}(K_2 z) \right] e^{j(\omega t - Kx)} \right\} \quad (12)$$

- Potentiel des vitesses pour la couche poreuse 1 :

$$\Phi_1(x, z, t) = \text{Re} \left\{ \frac{jagc_0}{\omega Z_1} \left[ Z_1 \left( \frac{\omega^2}{gK_2} - t_0 \right) \text{sh}[K_2(z+h_0)] - \left( \frac{\omega^2}{gK_2} t_0 - 1 \right) \text{ch}[K_2(z+h_0)] \right] e^{j(\omega t - Kx)} \right\} \quad (13)$$

- Potentiel des vitesses pour la couche poreuse 2 :

$$\Phi_2(x, z, t) = \text{Re} \left\{ \frac{jagc_0 c_{10}}{\omega Z_1} \left\{ \left[ t_{10} \left( \frac{\omega^2}{gK_2} t_0 - 1 \right) + Z_1 \left( \frac{\omega^2}{gK_2} - t_0 \right) \right] \text{sh}[K_2(z+h_1)] - \right. \right. \\ \left. \left. \frac{1}{Z_2} \left[ Z_1 \left( \frac{\omega^2}{gK_2} t_0 - 1 \right) + Z_1^2 t_{10} \left( \frac{\omega^2}{gK_2} - t_0 \right) \right] \text{ch}[K_2(z+h_1)] \right\} e^{j(\omega t - Kx)} \right\} \quad (14)$$

avec :  $c_0 = \text{ch}[Kh_0]$  ;  $c_{i-1} = \text{ch}[K(h_i - h_{i-1})]$  ;  $t_0 = \text{ch}[Kh_0]$  ;  $t_{i-1} = \text{th}[K(h_i - h_{i-1})]$

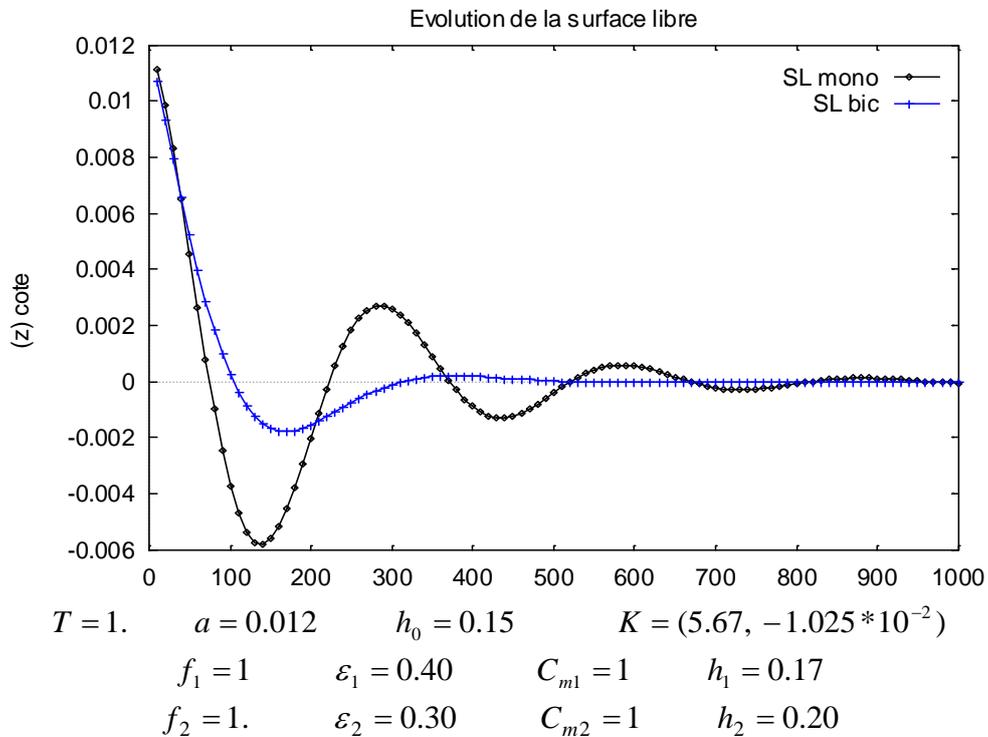


Figure 2. Profil de la surface libre dans le cas d'un fond mono couche et un fond bi-couche.

On présente sur la figure 2 la forme de la surface libre pour un milieu poreux à une couche et à deux couches.

#### 4. Résolution semi numérique

Le calcul analytique, dans le cas d'un milieu poreux à plusieurs couches poreuses devient fastidieux. Pour surmonter cette difficulté, on propose une procédure semi numérique construite à partir des constatations suivantes :

- Les problèmes obtenus pour les différentes couches poreuses possèdent la même forme mathématique, il n'y a que le second membre qui change.
- Le second membre ne tient compte que des informations des couches précédentes.
- La discrétisation des équations du mouvement permet d'avoir pour chaque couche poreuse un problème sous la forme algébrique suivante :  $[A]\Phi = F$
- La matrice A est la même pour toutes les couches il n'y a que le second membre F qui change. Il suffit donc d'inverser numériquement la matrice A et de résoudre un système simple sous la forme :  $\Phi = [A]^{-1} F$

Dans cette procédure semi numérique, on a validé les résultats numériques et les résultats analytiques pour le cas d'un milieu constitué de deux couches. On présente sur la figure le profil de la vitesse horizontale.

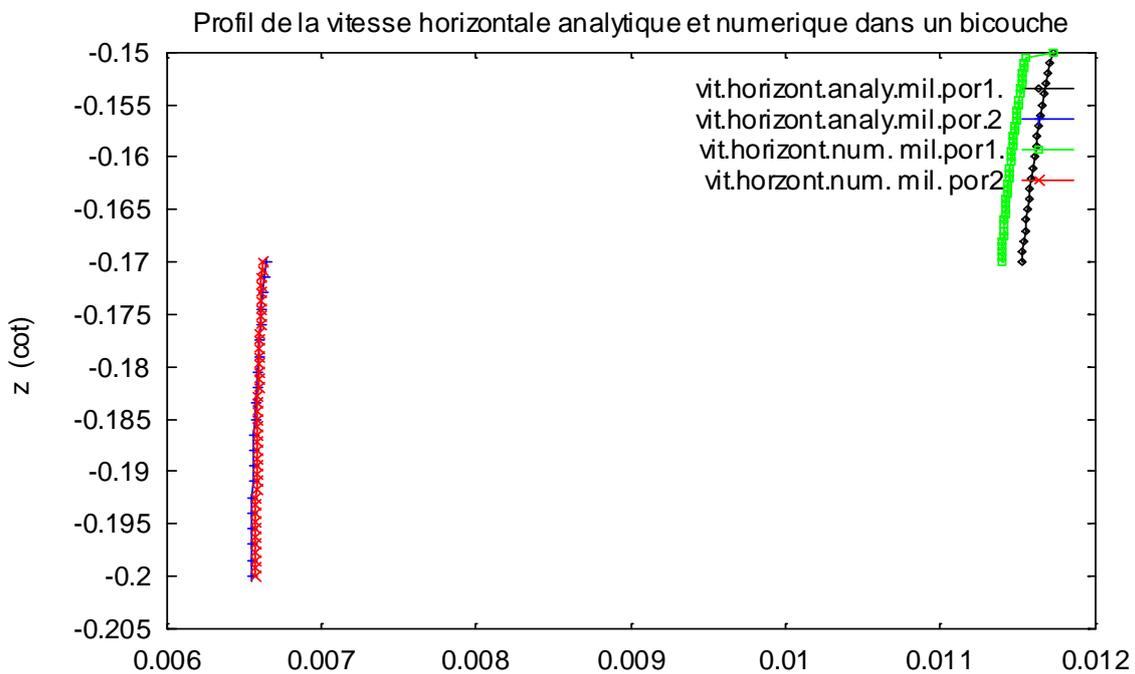


Figure 3. Profil de la vitesse horizontale : Comparaison analytique et semi-numérique.

#### 5. Conclusions

Nous avons modélisé l'interaction de la houle linéaire avec un milieu poreux multi couche en adaptant le modèle de Forchheimer en régime in stationnaire en se basant sur

les hypothèses d'un écoulement potentiel. Nous avons généralisé l'étude analytique d'un problème d'interaction houle – milieu poreux mono couche à un problème houle – milieu poreux multi couche. On a montré que l'évolution de la surface libre en présence d'un fond poreux multicouche présente une atténuation et un déphasage important par rapport à un fond mono couche :

- Les calculs analytique et numérique sont en concordance.
- Le profil de la vitesse horizontale présente une discontinuité aux niveaux des interfaces, nous remettons en cause le modèle d'un fluide parfait, il fallait tenir compte des contraintes tangentielles, un fluide visqueux et le modèle de Forchheimer est une approche plus réaliste.

## **6. Références bibliographiques**

- BROSSARD J., CHAGDALI M., REY V. (2004). *Écoulement engendré par la houle dans un milieu poreux*. VIII<sup>èmes</sup> Journée Génie Côtier – Génie Civil, Compiègne, pp 47-54. doi:10.5150/jngcgc.2004.006-B
- DINGEMANS M.W (1996). *Water wave propagation over uneven bottoms*. World Scientific Publishing Co, London, 700 p.
- GU Z.G., WANG H. (1991). *Gravity over porous bottoms*. Coastal Engineering. Volume 15, Issues 5–6, pp 497-524. doi:10.1016/0378-3839(91)90025-C
- GU Z.G., WANG H. (1992). *Numerical modelling for wave energy dissipation within porous submerged breakwaters of irregular cross section*. In: Proc. 23rd Coastal Engineering Conference, Venice. ASCE, New York, pp 1189-1202.
- LOSADA I.J., SILVA R., LOSADA M.A. (1995a). *Wave interaction with permeable submerged breakwater*. Part I: Regular waves. MAS2-(X92-0030 Final report, Paper 1.5. Universidad de Cantabria, 28 p.
- LOSADA I.J., LOSADA M.A., MARTIN F.L. (1995b). *Experimental study of wave-induced flow in a porous structure*. Coastal Eng., Vol. 26(1-2), pp 77-98. doi:10.1016/0378-3839(95)00013-5
- MADSEN O.S. (1974). *Wave transmission through porous structures*. J. Waterway, Port, Coastal, Ocean Enging. Div., ASCE 100, pp 169-188.
- MADSEN P.A. (1983). *Wave reflection from a vertical permeable wave absorber*. Coastal Engng, Vol. 7, pp 381-396. doi:10.1016/0378-3839(83)90005-4
- POLUBARINOVA-KOCHINA P. Y.A. (1952). *Theory of ground water movement (in russian)*. Gostekhizdat, Moscow. English transl, by R. J. M. De Wiest, (1962), Princeton University Press.
- SOLLITT C.K., CROSS R.H. (1972). *Wave transmission through permeable breakwaters*. 13<sup>th</sup> Coastal Engineering Conf., Vol. 3, ASCE. Vancouver, pp 1827-1846.