

Etude analytique de l'interaction houle - digue poreuse

Souad AZHAR¹, Charki DARDAB¹, Jérôme BROSSARD², Mohamed.
CHAGDALI¹

¹ Université Hassan II Mohammedia Casablanca, Faculté des Sciences Ben
M'Sik LCSM- Equipe Hydrodynamique Marine ,
Brd Idriss El Harti BP 5576 Sidi Othman Casablanca Maroc
m_chagdali@hotmail.com

² Université du Havre, LOMC,
Rue Philippe le Bon Le Havre BP540 76058 Le Havre, France
brossard@univ-lehavre.fr

Résumé :

Dans ce travail, on s'intéresse à l'étude de l'interaction de la houle avec une digue poreuse constituée de trois couches de caractéristiques géométriques différentes disposées horizontalement. La relation de dispersion et le coefficient de réflexion sont calculés et analysés en fonction de la porosité des différentes couches de la digue. Une généralisation de ces relations est proposée dans le cas des ondes longues pour un nombre fini de couches. En terme d'application, on va analyser le choix le plus adéquat pour un meilleur fonctionnement de la digue lors de la propagation de la houle. La houle est calculée dans le cadre de la théorie potentielle et le modèle de Forchheimer est choisi afin de prendre en compte l'aspect inertiel de l'écoulement dans le milieu poreux.

Mots-clés :

Houle – digue poreuse – digue multicouches- modèle de Forchheimer –

Abstract :

In this work, we are interested by the study of the interaction between a gravity wave and a porous dam made up of three layers of different geometrical characteristics. The dispersion relation and the reflection coefficient are calculated and analyzed according to the porosity of the dam. A generalization of these relations is proposed in the case of long waves. In term of application, we analyze the most adequate configuration for a better behaviour of the dam under gravity wave. The wave is calculated within the potential theoretical framework and the Forchheimer model is selected in order to take into account the inertial aspect of the flow in the porous media.

1. Introduction

L'étude du comportement de la houle lors de son interaction avec une structure poreuse a fait l'objet de plusieurs recherches en génie côtier. La littérature est riche des points de vue modélisations analytique, numérique et expérimentale pour montrer l'efficacité d'un tel type de structure. La théorie de Sollitt et Cross (1972) sert de base pour les différents travaux de modélisation sur l'interaction houle digue poreuse. Cette théorie a été également appliquée par Madsen (1974) et Lee (1987). Dalrymple et autres (1991) ont prolongé les solutions aux structures soumises à une houle d'incidence oblique. Evans (1990), Twu et Lin (1991) et I.J. Losada et autres (1993) ont étudié les coefficients de réflexion d'une série d'écrans verticaux devant un mur vertical. Yu et Chwang (1994) ont analysé les ondes de réflexion et de transmission de deux couches d'une structure stratifiée horizontalement.

Dans ces travaux, la modélisation de l'hydrodynamique dans le milieu poreux a été développée dans le cadre de la théorie de Forchheimer. Cette théorie permet de modéliser l'effet de la turbulence par une généralisation de la loi de Darcy à des régimes fortement non linéaires. Cette généralisation impose le choix d'un certain nombre de paramètres empiriques qui dépendent fortement des caractéristiques géométriques et physiques du milieu poreux. C'est cette dépendance qui va permettre de minimiser la disposition des couches dans le dispositif de la digue multicouches que nous traitons dans ce travail.

2. Formulation théorique

On considère une houle monochromatique se propageant en présence d'une digue poreuse de largeur \mathbf{b} , constituée de trois couches dont la hauteur est définie respectivement par \mathbf{h}_1 , \mathbf{h}_2 et \mathbf{h}_3 par rapport à la surface libre prise à $\mathbf{z}=0$ (figure 1). Le domaine d'étude est constitué d'un écoulement externe contenant respectivement la houle incidente (notée $\mathbf{j}=01$) et la houle transmise (notée $\mathbf{j}=02$) et d'un milieu poreux constitué de trois couches d'épaisseurs constantes (notées respectivement $\mathbf{j}=1,2$ et 3).

La houle étudiée est définie dans le cadre d'un écoulement plan et irrotationnel. Le fluide est pesant, parfait et incompressible. Les conditions aux limites sur la surface libre sont linéaires. Pour le milieu poreux, le modèle considéré est celui de Forchheimer linéarisé. En terme de potentiel des vitesses φ , et de l'élévation η de la surface libre, le problème à résoudre se formule de la façon suivante (J. Brossard et al 2006, I. Losada 1997) :

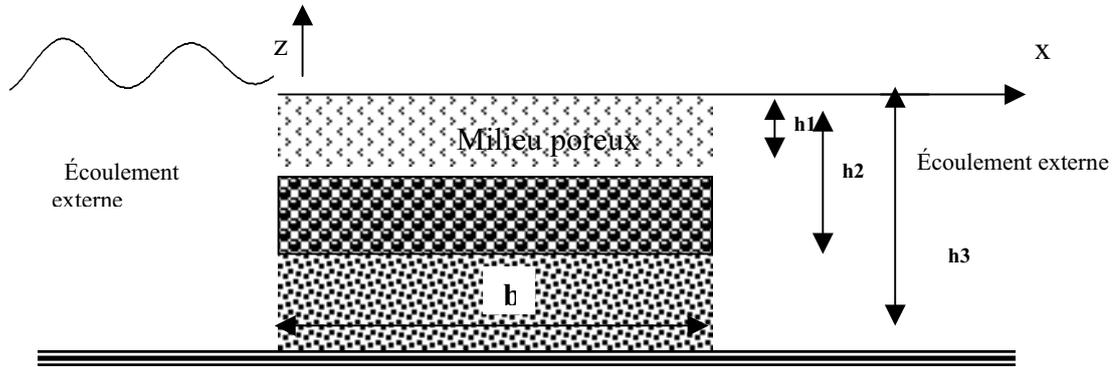


Figure 1 Schéma descriptif du domaine d'étude

Dans tout le domaine d'étude

$$\Delta\varphi_j = 0$$

$$s_j \frac{\partial\varphi_j}{\partial t} + \frac{P_j}{\rho} + f_j \omega \varphi_j + gz = 0 \quad (1)$$

Où S_j , f_j sont les coefficients d'inertie et le coefficient de dissipation dans le domaine, g est l'accélération de la pesanteur, i est le nombre complexe tel que $i^2=-1$, ω est la pulsation de l'onde incidente, t est le temps, ρ est la masse volumique dans le milieu externe et P_j est la pression dans le milieu poreux.

Les conditions aux limites physiques s'écrivent sous la forme :

Sur la surface libre pour $j=1$ et $j=2$

$$\begin{cases} \frac{\partial\varphi_{0j}}{\partial t} + g\eta_{0j} = 0 \\ \frac{\partial\varphi_{0j}}{\partial z} = \frac{\partial\eta_{0j}}{\partial t} \end{cases} \quad (2)$$

Sur la surface libre du milieu poreux

$$\begin{cases} \eta_1 = \frac{-1}{g} (s_1 \frac{\partial\varphi_1}{\partial t} + f_1 \omega \varphi_1) \\ \frac{\partial\eta_1}{\partial t} = \frac{\partial\varphi_1}{\partial z} \end{cases} \quad (3)$$

Sur le fond : $z=-h_3$

$$\begin{cases} \frac{\partial\varphi_3}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial\varphi_{0j}}{\partial z} = 0; j = 1, 2 \end{cases} \quad (4)$$

3. Résolution analytique

La procédure du calcul analytique développée dans ce travail, se compose de trois étapes :

Dans la première étape, on va subdiviser le domaine de calcul en différents sous domaines : Deux sous domaines pour l'écoulement externe D_{01} , D_{02} et trois sous domaines pour le milieu poreux D_1 , D_2 , D_3 (voir figure 1).

Dans la seconde étape, on choisit une solution analytique générale du potentiel harmonique des vitesses dans chaque sous domaines :

$$\text{- Milieu externe (D}_{01}\text{)} : \quad \varphi_{01}(x, z) = I_0(z)(e^{-ikx} + R e^{ikx}) \quad (5)$$

$$\text{- Milieu poreux (D}_j\text{)} : \quad \varphi_j(x, z) = F_j(z)(A e^{-ikx} + B e^{+iK(x-b)}) \quad (6)$$

avec $j = 1, 2, 3$

$$\text{- Milieu externe (D}_{02}\text{)} : \quad \varphi_{02}(x, z) = I_0(z)T e^{-ik(x-b)} \quad (7)$$

R, A, B et T sont des constantes à déterminer. Les constantes k et K sont les nombres d'ondes respectivement dans le milieu externe et dans le milieu poreux. $I_0(z)$ et $F_j(z)$ sont des fonctions explicites des caractéristiques de la houle incidente et des caractéristiques du milieu poreux. Ces fonctions sont données en §4.

Dans la troisième étape, on raccorde les solutions entre l'ensemble des sous domaines afin de déterminer les inconnues définies dans la seconde étape. Pour cela on écrit respectivement la continuité de la pression et de la vitesse :

En $x=0$ (Aval de la digue):

$$\begin{cases} \varphi_{01} = (s_j - i f_j) \varphi_j \\ \frac{\partial \varphi_{01}}{\partial x} = \varepsilon_j \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} \end{cases} ; j = 1, 2, 3 \quad (8)$$

En $x=b$ (Aval de la digue):

$$\begin{cases} \varphi_{02} = (s_j - i f_j) \varphi_j \\ \frac{\partial \varphi_{02}}{\partial x} = \varepsilon_j \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} \end{cases} ; j = 1, 2, 3 \quad (9)$$

A l'interface des sous couches poreuses $j=1,2$

$$\begin{cases} \varphi_j (s_j - i f_j) = (s_{j+1} - i f_{j+1}) \varphi_{j+1} \\ \varepsilon_j \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} = \varepsilon_{j+1} \frac{\partial \varphi_{j+1}}{\partial x} \end{cases} ; j = 1, 2 \quad (10)$$

Où ε_j, s_j et f_j sont respectivement la porosité, le coefficient de l'inertie et le

coefficient de dissipation de la couche j.

Le résultat de cette procédure est l'obtention d'un système d'équations algébriques dont la solution permet d'exprimer analytiquement les coefficients de réflexion **R** et de transmission **T**. Ces coefficients sont données par :

$$R = \frac{i(1 - m_n^2) \sin(Kb)}{2m_n \cos(Kb) + i(1 + m_n^2) \sin(Kb)} \quad (11)$$

$$T = \frac{2m_n}{2m_n \cos(Kb) + i(1 + m_n^2) \sin(Kb)} \quad (12)$$

Avec :

$$m_n = \frac{K}{k} \frac{1}{Z_n} \frac{\Gamma_n}{X_n} \left(\frac{\sum_{j=1}^n \varepsilon_j X_j}{\sum_{j=1}^n \Gamma_j} \right); \quad Z_n = s_n - i f_n;$$

$$\Gamma_n = \int_{-h_n}^{-h_{n-1}} I_0^2(z) dz; \quad X_j = \int_{-h_j}^{-h_{j-1}} I_0(z) F_j(z) dz$$

Les expressions des coefficients $F_j(z)$, $I_0(z)$ et m_n seront explicités dans le cas monocouche, le cas bicouche et le cas tri couche.

4. Résultats

Les résultats qu'on va présenter concernent l'effet de la porosité et l'épaisseur des couches poreuses sur l'évolution du coefficient de réflexion. Ces résultats sont relatifs au cas mono couche, bi couches et tri couches.

4-1 Cas d'une digue monocouche :

Dans cette configuration géométrique, les valeurs calculées pour la solution générale sont :

$$m_1 = \frac{\varepsilon_1}{Z_1} \frac{K}{k}$$

$$I_0(z) = \frac{i\omega a}{k} \frac{\cosh(k(z + h_1))}{\sinh(kh_1)}; \quad F_1(z) = \frac{i\omega a}{K} \frac{\cosh(K(z + h_1))}{\sinh(Kh_1)};$$

Les nombres k et K vérifient respectivement les relations de dispersion suivantes:

$$\omega^2 = gk \tanh(kh_1); \quad \text{Pour le milieu externe} \quad (13)$$

$$\omega^2 (s_1 - if_1) = gK \tanh(Kh_1); \quad \text{Pour le milieu poreux}$$

La figure 2 présente les courbes du coefficient de réflexion en fonction du rapport $kh = \frac{2\pi}{\lambda} h$ pour différentes porosités. Les paramètres : $s_1 = 1$ et $f_1 = 1$.

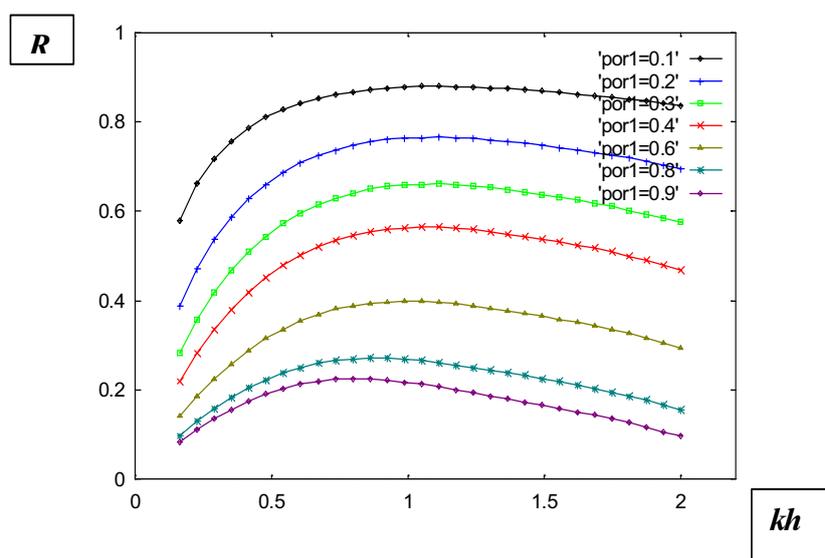


Figure 2 : Coefficient de réflexion R en fonction de kh pour différentes valeurs de la porosité.

On constate que la dissipation de l'énergie de la houle par la digue dépend fortement de la porosité. Le coefficient de réflexion possède un maximum qui dépend aussi de la porosité. Ces résultats sont en accords avec ceux de I. Losada (1997)

4-1 Cas d'une digue bi couches :

Dans cette configuration géométrique, les valeurs calculées pour la solution générale sont :

$$I_0(z) = \frac{ia\omega}{k} \frac{\cosh k(z+h_2)}{\sinh(k h_2)} \quad ; \quad F_1(z) = \frac{ia}{\omega K Z_1} (gK \cosh(Kz) + \omega^2 Z_1 \sinh(Kz))$$

$$F_2(z) = \frac{ia}{K\omega} \left[\begin{aligned} &\left(\frac{gK}{Z_2} \cosh(Kh_1) - \frac{Z_1}{Z_2} \omega^2 \sinh(Kh_1) \right) \cosh K(z+h_1) + \\ &\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \left(\omega^2 \cosh(Kh_1) - \frac{gK}{Z_1} \sinh(Kh_1) \right) \sinh K(z+h_1) \end{aligned} \right]$$

$$m_2 = \frac{K}{k} \frac{1}{Z_2} \frac{\Gamma_2}{X_2} \left(\frac{\varepsilon_1 X_1 + \varepsilon_2 X_2}{\Gamma_1 + \Gamma_2} \right)$$

Les relations de dispersion sont :

$$\omega^2 = gk \tanh(kh_2) \quad ; \quad \text{Pour le milieu externe}$$

$$\omega^2 = \frac{gK}{Z_1} \frac{\tanh(Kh_1) + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \frac{Z_1}{Z_2} \tanh K(h_2 - h_1)}{1 + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \frac{Z_1}{Z_2} \tanh(Kh_1) \tanh K(h_2 - h_1)} \quad ; \quad \text{Pour le milieu poreux} \quad (14)$$

La figure 3 présente des courbes du coefficient de réflexion en fonction du rapport kh . Les porosités sont fixées à $\varepsilon_1 = 0.4$ pour la première couche et à $\varepsilon_2 = 0.2$ pour la seconde couche.

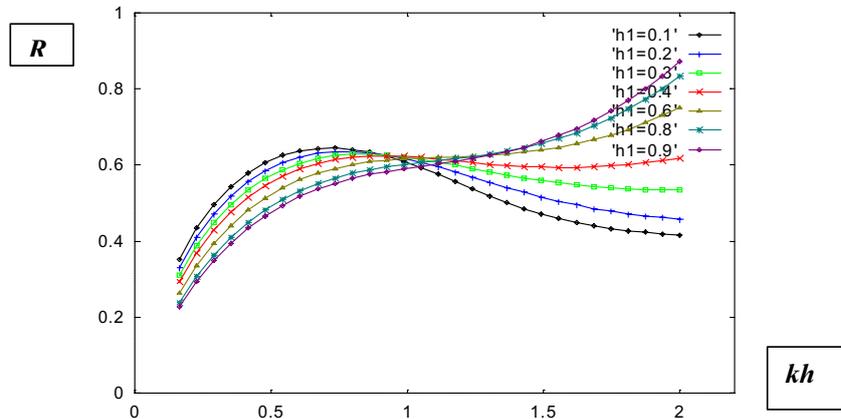


Figure 3 : Coefficient de réflexion en fonction de kh , pour différentes épaisseurs h_1 de la couche supérieure. $\varepsilon_1 = 0.4$ et $\varepsilon_2 = 0.2$

La corrélation entre le coefficient de réflexion et l'épaisseur de la couche supérieure dépend fortement de la longueur d'onde. Pour les grandes longueurs d'onde une faible épaisseur de la couche supérieure rend la digue plus efficace. Par contre pour les courtes longueurs d'ondes, le coefficient de réflexion est très lié à l'épaisseur de la houle.

4-3 Cas d'une digue tri couches :

Dans cette configuration géométrique, les valeurs calculées pour la solution générale sont :

$$I_0(z) = \frac{ia\omega}{k} \frac{\cosh k(z + h_3)}{\sinh(kh_3)} \quad ; \quad F_1(z) = \frac{ia}{\omega K Z_1} (gK \cosh(Kz) + \omega^2 Z_1 \sinh(Kz))$$

$$F_2(z) = \frac{ia}{K\omega} \left[\left(\frac{gK}{Z_2} \cosh(Kh) - \frac{Z_1}{Z_2} \omega^2 \sinh(Kh) \right) \cosh K(z+h_1) + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \left(\omega^2 \cosh(Kh) - \frac{gK}{Z_1} \sinh(Kh) \right) \sinh K(z+h_1) \right]$$

$$F_3(z) = \frac{ia}{K\omega} \frac{Z_2}{Z_3} \frac{\cosh K(z+h_3)}{\cosh K(h_3-h_2)}$$

$$\left[\left(\frac{gK}{Z_2} \cosh(Kh_1) - \frac{Z_1}{Z_2} \omega^2 \sinh(Kh_1) \right) \cosh K(h_1-h_2) + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \left(\omega^2 \cosh(Kh_1) - \frac{gK}{Z_1} \sinh(Kh_1) \right) \sinh K(h_1-h_2) \right]$$

$$m_3 = \frac{K}{k} \frac{1}{Z_3} \frac{\Gamma_3}{X_3} \left(\frac{\varepsilon_1 X_1 + \varepsilon_2 X_2 + \varepsilon_3 X_3}{\Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3} \right)$$

Les relations de dispersion sont :

Pour le milieu externe :

$$\omega^2 = gk \tanh(kh_3) \tag{14}$$

Pour le milieu poreux :

$$\tag{15}$$

$$\omega^2 = \frac{gK}{Z_1}$$

$$\frac{\left(\tanh(Kh_1) \left[1 - \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2} \frac{Z_2}{Z_3} \tanh K(h_3-h_2) \tanh K(h_1-h_2) \right] + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \frac{Z_1}{Z_2} \left[\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2} \frac{Z_2}{Z_3} \tanh K(h_3-h_2) - \tanh K(h_1-h_2) \right] \right)}{\left(1 + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \frac{Z_1}{Z_2} \tanh(Kh_1) \left[\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2} \frac{Z_2}{Z_3} \tanh K(h_3-h_2) - \tanh K(h_1-h_2) \right] - \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2} \frac{Z_2}{Z_3} \tanh K(h_3-h_2) \tanh K(h_1-h_2) \right)}$$

La figure 4 présente des courbes du coefficient de réflexion en fonction du rapport kh pour différentes porosités de la troisième couche. On a fixé la porosité de la première couche à $\varepsilon_1 = 0.4$ et celle de la seconde couche à $\varepsilon_2 = 0.2$

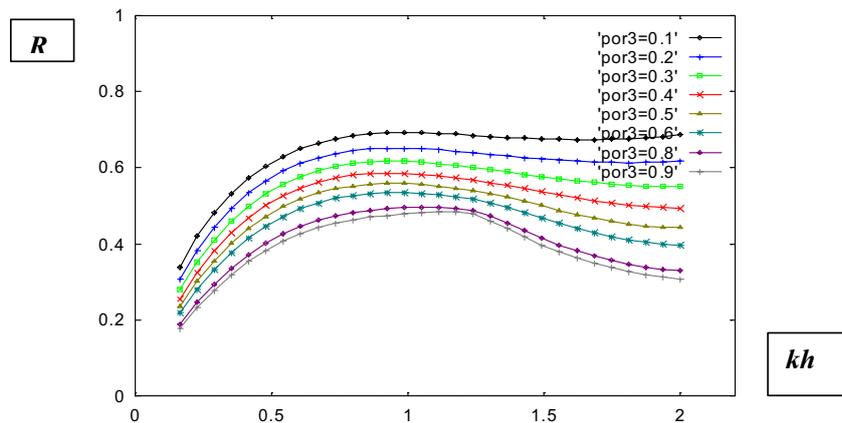


Figure 4 Coefficient de réflexion en fonction de kh pour différentes valeurs de la porosité 3, $\varepsilon_1 = 0.4$ et $\varepsilon_2 = 0.2$

La disposition des couches influence le fonctionnement de la digue lors de sa

propagation. C'est l'effet de la porosité de la couche supérieure qui domine.

Sur la figure 5, on présente l'effet de l'épaisseur de la couche supérieure sur le coefficient de réflexion.

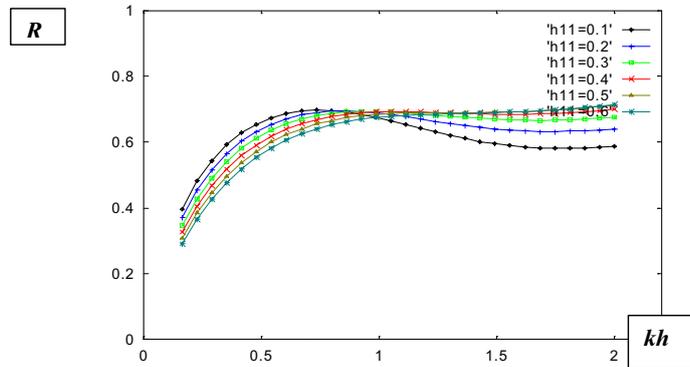


Figure 5 Coefficient de réflexion en fonction de kh ,
pour différentes valeurs de l'épaisseur de la couche 1 d'épaisseur h_1 ,
 $\epsilon_1 = 0.4 ; \epsilon_2 = 0.2 ; \epsilon_3 = 0.1, h_2=2/3$ et $h_3=1$

L'analyse effectuée pour le cas de la digue bicouche reste valable pour le cas tri couche. C'est l'épaisseur et la porosité de la couche supérieure qui domine dans le fonctionnement de la digue dans la houle. Pour les petites longueurs d'onde, il faut choisir des grandes épaisseurs et pour les grandes longueurs d'ondes, l'épaisseur est plus petite.

4.5 Cas de n - couches :

En développant la même méthodologie de calcul pour le cas où la digue est constituée de n couches de caractéristiques géométriques différentes et en faisant l'approximation d'onde longues (Kh petit) on peut généraliser la relation de dispersion (15) à une digue avec un nombre fini de couches :

$$\epsilon_1 \frac{\omega^2}{g K} = \sum_{i=1}^n \frac{\epsilon_i}{Z_i} \tanh K(h_i - h_{i-1}) \quad (16)$$

Le coefficient de réflexion s'écrit :

$$R_n = \frac{i(1 - m_n^2) \sin(Kb)}{2m_n \cos(Kb) + i(1 + m_n^2) \sin(Kb)} \quad (17)$$

Avec :

$$m_n = \frac{K}{k} \frac{1}{Z_n} \frac{\Gamma_n}{\chi_n} \left(\frac{\sum_{i=1}^n \epsilon_i X_i}{\sum_{i=1}^n \Gamma_i} \right) ; \quad \Gamma_i = \int_{-h_i}^{-h_{i-1}} I_0^2(z) dz ; \quad X_i = \int_{-h_i}^{-h_{i-1}} I_0 P_i dz$$

5. Conclusion

Dans ce travail, nous avons présenté le problème de propagation de la houle en présence d'une digue poreuse constituée de trois couches de caractéristiques géométriques différentes. Le développement de la résolution analytique nous a permis de trouver une écriture généralisée du coefficient de réflexion. L'analyse a permis de montrer que l'influence de la couche supérieure reste dominante dans le comportement de la houle.

Les résultats obtenus permettent de mieux contrôler le fonctionnement de la digue bicouche, à l'aide des différentes variables, lors de la propagation de la houle. Nous projetons d'améliorer ce modèle analytique par l'introduction des modes évanescents.

6. References:

J. Brossard; M. Chagdali, V. Rey, "Ecoulement engendré par la houle dans un milieu poreux", 8^{ème} journée nationale Génie civil-Génie côtier, Compiègne (2004) 47-54.

R.A.Dalrymple, M.A. Losada, P.A. Martin, "Reflection and transmission from porous structures under oblique wave attack", J. Fluid Mech. 224(1991) 625-644.

D.V.Evans, "The use of porous screens as wave dampers in narrow wave tanks", J. Engng Math., 24 (3) (1990) 203-212.

I.J. Losada, M.A. Losada, A.Baquerizo, "An analytic method to evaluate the efficiency of porous screens as wave dampers", Appl. Ocean Res., 15 (1993) 207-215.

O.S.Madsen, "Wave transmission through porous structures", J. WaterWays, Port, Coastal, Ocean Engng Div., ASCE 100, (1974)169-188.

C.K .Sollitt, R.H. Cross, "Wave transmission through permeable breakwaters" In Proceedings of the 13th International Conference on Coastal Engineering, Vol. III,(1972) 1827-1846.

X.Yu, A.T. Chwang, " Wave motion through porous structures", J. Engng Mech. ASCE 120 (5), (1994) 989-1008.