# Evolution bathymétrique due au transport cross-shore en zone côtière

Paulo A. Silva<sup>1</sup>, Mariana Ramos<sup>2</sup>, André Temperville<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Professeur Auxiliaire, Département de Physique, Université de Aveiro, 3800 Aveiro, Portugal, tel. 00351 234 370822, psilva@fis.ua.pt

 <sup>2</sup> Boursier, Département de Physique, Université de Aveiro, 3800 Aveiro, Portugal, tel. 00351 234 370822,marana@portugalmail.pt
 <sup>3</sup> Professeur Emérite, Laboratoire des Ecoulements Géophysiques et Industriels, B.P.53, 38041 Grenoble Cedex 9, France, andre.temperville@hmg.inpg.fr

## Résumé

Le transport de sable induit par les houles et les courants dans les zones côtières peuvent conduire à d'importants changements morphologiques. Il est primordial de bien comprendre et savoir prédire de tels processus afin de protéger les cotes et aménager les structures côtières. Pour analyser ce problème nous avons développe un modèle pour prédire l'évolution du profil transversal d'une plage, et il a été appliqué ensuite à des conditions de houles régulières. Nous présentons ici une extension du présent modèle avec des conditions de houles plus réalistes (irrégulières) et une étude de la sensibilité de la solution numérique au schème utilisé pour résoudre l'équation de continuité pour le sédiment.

### Abstract

The sand transport induced by waves and currents in the near-shore regions can lead to important morphological changes. It is important to understand and predict such processes for coastal defence purposes and in the design of coastal structures. To address this problem a beach profile process based model was developed and applied to regular wave conditions. Herein the possibility of the extension of the present model to more real wave conditions (irregular waves) is discussed and the dependence of the numerical solution on the numerical scheme used to solve the conservation of sediment equation is studied.

#### 1. Introduction

Dans cette étude, nous nous intéressons à l'évolution de la topographie du fond en liaison avec le transport sédimentaire perpendiculairement à la côte (cross-shore). Le transport sédimentaire dans la direction cross-shore est principalement déterminé par le régime des houles. Les phénomènes d'érosion et

de dépôt le long d'un profil de plage associés à la formation et disparition des systèmes de barres sableuses dépendent essentiellement du gradient et du sens du transport sédimentaire en chaque point.

Silva et al. (2000) ont développé un modèle de morphologie côtière pour étudier ce problème. Ce modèle comporte trois modules: un module d'hydrodynamique où la propagation des houles vers la côte est simulée à l'aide des équations de Boussinesq ; un module de transport sédimentaire et un module qui calcule l'évolution de la bathymétrie du fond. Deux modèles différents de transport ont été employés pour calculer le transport sédimentaire induit par les houles: la formule bien connue de Bailard et un nouveau modèle semiinstationnaire basé sur une formule de transport qui prend en compte le déphasage entre l'écoulement et le sédiment (Silva et al. 2000). Les résultats obtenus pour des houles régulières ont montré que l'emploi de la formule de Bailard et du modèle semi-instationnaire produit des résultats similaires pour l'évolution du fond si le  $d_{50}$  de la distribution granulométrique est plus grand que 0.2 mm. Pour des sédiments très fins les effets instationnaires deviennent importants.

L'équation de conservation du sédiment est habituellement résolue numériquement au moyen de schémas aux différences finies qui sont dissipatifs. (e.g. schéma de Lax). La diffusion numérique de ce type de schéma lisse le transport on/offshore et évite les instabilités numériques dans le profil d'évolution. En fait, comme le suggère De Vriend et al. (1993), le transport calculé subit la contribution d'une composante gravitationnelle vers le bas qui apparaît dans l'équation de transport du sédiment comme un terme de diffusion. Afin d'étudier ce problème, nous comparons les solutions numériques de l'évolution du profil du fond quand l'équation du transport de sédiment est résolue numériquement par les schémas de Lax et de Quick (avec ou sans composante gravitationnelle).

Le modèle morphodynamique est aussi appliqué au cas de houles irrégulières et les résultats numériques sont comparés avec ceux obtenus dans L1P1 1D (Arcilla et al., 1994).

## 2. Modèle morphodvnamique cross-shore

#### 2.1 Le module hydrodynamique

La propagation des houles est simulée par un modèle instantané basé sur les équations de Boussinesq comme décrit dans Antunes do Carmo (1995). Dans le cas unidimensionnel ces équations s'écrivent :

$$\frac{\delta h}{\delta t} + \frac{\delta (hU)}{\delta x} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{(H - \xi)^2}{3} \frac{\partial^3 U}{\partial x^2 \partial t} + \frac{(H - \xi)}{2} \frac{\partial^3 \xi}{\partial x \partial t^2} - \frac{\tau_s}{h} + \frac{\tau_f}{h} = 0$$
(2)

où U(x,t) représente la vitesse horizontale moyennée sur la profondeur, H le niveau d'eau au repos, h(x,t) la profondeur locale,  $\xi(x,t)$  la bathymétrie et  $\eta(x,t)$  l'élévation de surface libre. Le terme  $\tau_f /h$  représente le frottement de fond, calculé selon:

VII<sup>èmes</sup> Journées Nationales Génie Civil – Génie Côtier, Anglet, France, 15-17 Mai 2002

$$\frac{\tau_f}{h} = \frac{1}{2h} f_w |U| U \tag{3}$$

où  $f_w$ , est le coefficient de frottement de la houle. Quand un courant moyen existe il y a des termes supplémentaires dans les équations (1-2) et un facteur de frottement houle-courant,  $f_{cw}$ , doit être considéré dans l'équation (3).

En chaque point du domaine de calcul, le modèle calcule l'élévation de la surface de l'eau et la vitesse moyennée sur la profondeur pour les conditions de houles spécifiées à la limite ouverte offshore et la bathymétrie donnée. La méthode aux éléments finis est employée pour la discrétisation spatiale des équations différentielles de l'hydrodynamique.

Le modèle de Boussinesq est adéquat pour décrire la propagation des houles dans des profondeurs intermédiaires ou peu profondes. Plusieurs auteurs, par des approches différentes, ont fait l'extension de tels modèles vers la côte en introduisant le déferlement et la dissipation dans la zone de surf. Antunes do Carmo (1995) et Antunes do Carmo et Seabra Santos (1996) ont employé une formulation basée sur Watanabe et Dibajnia (1988). Dans cette dernière formulation, qui est considérée dans ce travail, la dissipation de la houle due au déferlement est décrite par le contrainte à la surface:

$$\frac{\tau_x}{h} = -\nu_t \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \tag{4}$$

où  $v_t$  est calculé en fonction de la célérité de la houle, la profondeur locale et la pente du fond au point de déferlement.

Pour simuler un profil de plage cross-shore nous avons inclus dans le modèle le courant de retour vers le large que l'on trouve sous le creux de la houle. Ce courant équilibre le flux de masse vers la côte qui est associé au déferlement. Quand le sédiment transporté vers le large par ce courant rencontre le sédiment transporté par la houle dans la région près du point de déferlement, alors une barre de sable se forme. Le courant de retour est décrit dans le modèle en employant la formule donnée par Sato et al. (1988):

$$U_b = -A \frac{H_w^2}{hT}$$
(5)

 $U_{\rm b}$  représente le courant de retour,  $H_{\rm w}$  la hauteur de la houle, h la profondeur locale, T la période de la houle et A une constante adimensionnelle de l'ordre de 1. Le courant de retour est calculé à partir du point de déferlement dans la direction de la côte, en admettant une zone de transition jusqu'au point où la turbulence et le profil des vitesses sont pleinement développés. Ceci conduit à une croissance progressive de la valeur de  $U_{\rm b}$  juste après le point de déferlement. Les valeurs de H et h employées dans l'équation (5) correspondent aux valeurs moyennées sur le pas de temps morphodynamique (voir 2.3). C'est-à-dire que l'on suppose que les conditions de houle et la topographie du fond ne changent pas pendant ce pas de temps.

#### 2.2 Module de transport sédimentaire

Pour simuler le transport de sédiment dans l'évolution du profil cross-shore, nous utilisons un modèle semi-instationnaire développé par Silva et Temperville (2000) qui est basé sur la formulation de Dibajnia and Watanabe (1992). Cette formule calcule le taux de transport total de sédiments en fonction des vitesses près du fond et du courant moyen ainsi que des caractéristiques du sédiment (diamètre moyen du grain,  $d_{50}$ , et vitesse de chute du sédiment,  $w_s$ ).

Le volume de sable transporté par unité de temps,  $q_s$ , est donné par:

$$q_s = \alpha \,|\, \Gamma \,|^{\beta} \,\sqrt{(s-1)gd_{50}d_{50}} \tag{6}$$

$$\Gamma = \frac{u_c T_c (\Omega_c^3 + \Omega_t'^3) - u_t T_t (\Omega_t^3 + \Omega_c'^3)}{u_c T_c + u_t T_t}$$
(7)

où  $\alpha$  et  $\beta$  sont deux constantes empiriques ( $\alpha = 0.00019$ ,  $\beta = 0.55$ ). Les autres paramètres sont définis dans la communication de Guizien et Temperville (2002).

Ce modèle a été testé avec un grand nombre de données comprenant différents diamètres de grain (0.13, 0.18, 0.2, 0.32 et 0.87 mm) correspondant à des conditions de fond plat ou ridé et des écoulements de houles et/ou courants colinéaires (voir Silva et al., 2000 et 2001). Pour plus de 200 tests, 80% des valeurs prédites pour le taux de transport total du sédiment sont dans un facteur 2.

### 2.3 Module morphodynamique

Le module morphodynamique calcule la topographie du fond en résolvant l'équation de continuité pour le volume de sédiment:

$$(1-n)\frac{\partial\xi}{\partial t} + \frac{\partial\overline{q}_s}{\partial x} = 0$$
(8)

dans laquelle,  $\overline{q}_{s}$  est le taux de transport cross-shore moyenné sur le pas de temps morphodynamique,  $\Delta t_{mf}$ , *n* est la porosité du sédiment et  $\xi$  représente le niveau du fond.

Deux schémas aux différences finies ont été employés pour résoudre (8). Selon le schéma de Lax, l'équation (8) est approchée par les équations suivantes :

$$\xi_i^{n+1} = \xi_i^{*n} - 0.5 \frac{\Delta t_{mf}}{\Delta x} (q_{i+1}^n - q_{i-1}^n)$$
(9)

avec :

$$\xi^{*}_{i} = \alpha_{d}\xi_{i+1} + (1 - 2\alpha_{d})\xi_{i} + \alpha_{d}\xi_{i-1}$$
(10)

Ce schéma introduit une diffusion numérique, qui est proportionnelle à  $\alpha_d \Delta x^2 / \Delta t_{mf} - \frac{1}{2} C_x \Delta t_{mf}$ , où  $C_x$  représente la célérité des perturbations du fond :

$$C_x = \frac{1}{(1-n)} \frac{\partial \overline{q}_x}{\partial \xi} \tag{11}$$

En employant le schéma de Quick (Leonard, 1979), l'équation (8) est approchée par l'équation a différences finies suivantes:

$$\frac{\xi_{i}^{n+1} - \xi_{i}^{n}}{\Delta t} + \frac{1}{1 - n} \frac{q_{i+1}^{n} - q_{i-1}^{n}}{2\Delta x} = \frac{1}{1 - n} \left[ \frac{\Delta x^{2}}{3!} \left( \frac{\partial^{3} q_{x}}{\partial x^{3}} \right)_{i}^{n} \right]$$
(12)

où :

$$\frac{\partial^3 q_s}{\partial x^3} = \frac{q_{i+1}^n - 3q_i^n + q_{i-1}^n - q_{i-2}^n}{\Delta x^3}$$
(13)

L'équation (12) a été calculée en supposant que le transport de sédiment est stationnaire. Le schéma de Quick est plus adéquat pour simuler la propagation d'un signal, car il élimine la part de l'erreur de troncature associée à la diffusion numérique.

## **3. Applications**

#### 3.1 Sensibilité du profil de plage au choix du schéma numérique

Afin de comparer les solutions numériques obtenues quand l'équation (8) est résolue numériquement par les schémas de Lax et de Quick, nous avons traité un simple exercice: le profil du fond est initialement rectiligne avec une pente de 5% et le niveau moyen de l'eau est égal à 5m; le taux de transport du sédiment, supposé constant dans le temps, est illustré sur la figure 1. Cette situation représente la situation générale où le transport onshore sous les houles non-déferlantes change en un transport offshore dans la zone de surf après le déferlement. La valeur de la porosité est prise égale à 0.35.



Figure 1 – Distribution spatiale du débit sédimentaire Figure 1 – Spatial distribution of the sediment transport rate

La figure 2 représente la distribution spatiale du niveau du fond,  $\xi$ , après 7 heures. Sous l'action de la convergence des flux onshore et offshore, une barre se forme entre 50 et 70 m. Le trait épais représente la solution calculée avec le schéma de Lax et le trait fin la solution obtenue avec le schéma de Quick. On peut voir que le schéma de Quick ne donne pas une solution acceptable: la barre a une forme géométrique anguleuse.

Comme le suggèrent De Vriend et al. (1993) nous introduisons un terme gravitationnel de pente descendante dans le taux de transport :

$$\overline{q}_{s} = \overline{q}_{s} - \varepsilon_{s} \left| \overline{q}_{s} \right|^{2} \left| \frac{\partial \xi}{\partial x} \right|^{2}$$
(14)



Figure 2 – Comparaison du profil du fond après 7 h simulées par les schémas de Lax et Quick.

*Figure 2 – Comparison of the bottom profile after 7 h computed by the Lax and Quick schemes* 

où  $\overline{q}_{s}$ ' représente le transport calculé en supposant le fond horizontal. La ligne en pointillée dans la figure 2 représente la solution obtenue quand l'équation (14) est considérée et l'équation (8) résolue à l'aide du schéma de Quick ( $\varepsilon_{s} = 10$ ). On peut voir que le schéma de Lax (sans le terme gravitationnel) et le schéma de Quick (avec le terme gravitationnel) conduisent à des profils de fond similaires.

#### 3.2 LIP11D - test 1B

La solution numérique du modèle morphodynamique a été comparée avec les résultats de Arcilla et al. (1994) dans le cas de houles irrégulières correspondant au test 1b. La hauteur significative de la houle et la période de pic correspondant à ce test étaient, respectivement, 1.4 m et 5s. La série temporelle de l'élévation de la surface correspondant à un spectre de *Jonswap* avec ces caractéristiques, est obtenue avec le code GENER (Hamm et Celse, 1995) et ensuite imposée comme condition de limite ouverte au large. Le diamètre moyen des grains de sable est de 0.2 mm et la vitesse de chute est calculée avec la formule de Soulsby (1997). Dans le modèle numérique, nous considérons un pas d'espace constant égal à 0.2 m et un pas de temps de 0.01 s. Le pas de temps morphologique est de 10s et la valeur de la constante A dans l'équation (5), pour calculer le courant de retour est égale à 0.9. Le schème de Lax est utilisé pour approcher équation (8).

La figure 3 compare la solution obtenue avec le modèle et les résultats expérimentaux, pour le profil de plage et le transport total de sédiments après 6 h et pour la hauteur de la houle et le courant de retour après 30 min de simulation.

On peut voir que le modèle est capable de prévoir correctement la distribution de la hauteur de la houle. Les principales limitations de la solution numérique sont dues au fait que les valeurs calcules du transport sont parfois en sens opposé des résultats expérimentaux. Même si le courant de retour calculé était plus près des valeurs expérimentaux, la solution numérique serait encore mauvaise.





Figure 3 – Computed (tick lines and symbols) and experimental results of the beach profile and the net sediment transport after 6 h and for the wave height and undertow velocities after 30 min.

## 4. Conclusions

L'emploi du schème aux différences finies de Lax pour approcher l'équation (8) produit des résultats similaires au schéma de Quick quand un terme gravitationnel est inclus dans le taux de transport du sédiment.

L'extension du modèle morphodynamique aux cas de houles irrégulières a été réalisée. La comparaison des solutions numériques avec les résultats

expérimentaux pose quelques problèmes. Plusieurs raisons peuvent être envisagées pour expliquer cette différence : la formule de transport utilisée n'a pas été calibrée pour des houles irrégulières et avec déferlement ; l'asymétrie de la houle n'est pas correctement prise en compte dans le modèle hydrodynamique car le signal de la houle (donné par le spectre de *Jonswap*) ne reproduit pas correctement la réalité. Dans la formule de transport, le taux de sédiments transportés est aussi fonction de la contrainte au fond dont l'asymétrie est fortement renforcée pour des houles de forme en dent de scie (voir la communication de Guizen et Temperville, 2002).

## 5. Références

- Antunes do Carmo, J. (1995). *Contribuição para o Estudo dos Processos Morfodinâmicos em Regiões Costeiras e Estuarinas*, Tese de doutoramento, Dep. Eng. Civil da Universidade de Coimbra, Coimbra.

- Antunes do Carmo J. et F. Seabra Santos (1996). On breaking waves and wavecurrent interaction in shallow water: a 2DH finite element model. *Int. Journal for Num. Meth. in Fluids*, vol. 22, pp. 429-444.

- Arcilla A., Roelvink, J., O'Connor, B., Reniers, A. et J. Jiménez (1994). The delta flume '93 experiment, *Proc. Coastal Dynamics'94*, ASCE, pp. 488-502.

- De Vriend, H.J., Zyserman, J, Nicholson, J., Roelvink, J., Péchon, P. et H. Southgate (1993) Medium-term 2DH coastal area modelling, *Coasltal Eng.*, 21, pp. 193-224.

- Dibajnia, M. et A. Watanabe (1992). Sheet flow under non-linear waves and currents, *Proc.* 23<sup>rd</sup> *Coastal Eng. Conf.*, ASCE, pp.2015-2028.

- Guizen, K., et A. Temperville (2002). VII<sup>o</sup> Journées Nationales Génie Côtier - Génie Civil, Anglet, France.

- Hamm, L. et B. Celse (1995). Génération des houles aléatoires, SOGREAH.

- Leonard B.P. (1979) Computer meth. In Applied Mech. and Eng., 19, pp. 59-98.

- Sato S., Fukuhama M. et K. Horikawa (1988). Measurements of near-bottom velocities in random waves on constant slope. *Coastal Eng. in Japan*, 31, 2, pp.219-228.

- Silva P. A. et A. Temperville (2000). Prédiction du débit sédimentaire à l'aide de la formule de Dibajnia et Watanabe, Vièmes Journées Nationales Génie Côtier - Génie Civil, Caen, France, pp. 237 - 248.

- Silva P.A., Antunes do Carmo J., Temperville A. et F. Seabra Santos (2000). Cross-shore beach profile predicted by two sand transport models, In (ed.), *Hydraulic Engineering Software VIII*, Computational Mechanics Publications, pp. 207-216.

- Silva, P. A., Temperville, A. et F. Seabra Santos (2001). Parametrized sand transport model for combined currents and waves in rippled and flat bed regimes, in van Rijn, L., Davies, A.G., van de Graaff, J. et J. Ribberink (eds.) *SEDMOC-Sediment transport modelling in marine coastal environments*. Aqua Publications, The Netherlands, pp. CE 1-10.

- Soulsby R. (1997). Dynamics of marine sands, Thomas Telford Publications.

- Watanabe A. et M. Dibajnia (1988). A numerical model of wave deformation in surf zone. *Proc.* 21<sup>th</sup> Int. Conf. on Coastal Eng., ASCE, pp. 578-587.