



Une méthode d'assimilation de données pour identifier le coefficient de diffusion d'un modèle d'évolution long terme de trait de côte.

Devenon J.-L., P. Fraunié et V. Rey

Laboratoire de Sondages Électromagnétiques dans l'Environnement Terrestre (LSEET)

Upresa CNRS N° 6017

Université de Toulon et du Var

BP 132

83957 La Garde Cedex

A data assimilation method is applied to a one-dimensional long term coastline evolution model based on an advection-diffusion law. A variational technique of optimal control permits to fit the equivalent diffusion coefficient which parametrizes the mean effects of short time scale processes such as storms, swells and transient currents. The present study focus on the test case of a groin perpendicular to the shore, for which analytical solution can be derived under additional simplifying assumptions. Different numerical experiments are presented which consist in recovering a priori known coefficient distributions.

1. Introduction:

La prédiction long terme de l'évolution du trait de côte au moyen de modèles unidimensionnels est souvent utilisée lorsqu'on peut faire abstraction des variations du profil bathymétrique perpendiculairement à la ligne de rivage si celle-ci est suffisamment rectiligne. C'est en particulier le cas lorsque les échelles de temps étudiées sont suffisamment longues. De tels modèles furent utilisés pour étudier la modification de la forme du rivage due à un épi artificiel (Pelnard-Considere 1956) et certains logiciels actuels (Hanson and Krauss 1989) travaillent à partir de ces hypothèses simplificatrices. Initialement considérées pour leur aptitude à fournir une solution analytique pour l'étude de certains problèmes simples, ces modélisations se révèlent également peu onéreuses en coût de calcul lorsqu'elles sont mises en oeuvre numériquement. Elles permettent donc d'envisager certaines opérations d'utilisation répétitive du modèle, comme c'est quelquefois le cas dans les approches statistiques ou d'assimilation de données, ce qui reste pour l'instant plus difficilement envisageable avec des modèles à un plus grand nombre de dimensions d'espace.

Un des problèmes clefs de ces approches est de paramétriser correctement les effets dus aux petites échelles de temps et d'espace non prises en compte par le modèle; ces effets moyens de processus nombreux, aléatoires, et interagissant de façon non linéaire, demeurent pour le moment difficiles d'accès à la modélisation, et plus encore à la mesure directe. L'utilisation de méthodes indirectes telles que les méthodes inverses visant à déduire leurs valeurs à partir d'observations de l'évolution de la position passée du trait de côte constitue un moyen d'investigation puissant rendu possible par les avantages du faible coût numérique de tels modèles. Dans cette optique, Reeve et Fleming (1997) ont récemment proposé une approche statistique systématique de Monte Carlo pour optimiser la paramétrisation d'un modèle uniligne de trait de côte. On a ici décidé d'appliquer plutôt une méthode

inverse d'assimilation de données fondée sur une méthode variationnelle de contrôle optimal (Leredde et al. 1997). Celle-ci est utilisée pour ajuster le coefficient de diffusion équivalent, qui restitue les effets moyens des phénomènes de courte échelle de temps (tempêtes, houles, courants) et modélise l'effet dispersif que les fluctuations de transport sédimentaire associées induisent à longue échelle. L'ajustement restitue un coefficient de diffusion $D(x)$ variable avec la position x le long de la ligne de côte. On présente différents tests de validité de cette approche en identifiant une distribution du coefficient $D(x)$ connue a priori. Le cas étudié ici est relatif au cas académique d'un épi artificiel perpendiculaire à la ligne de côte pour lequel une solution analytique peut être utilisée à titre de vérification.

2. Le modèle:

On suppose que la courbure locale de la ligne de côte est faible de façon à pouvoir identifier l'abscisse curviligne de la ligne de côte avec l'axe Ox d'un repère cartésien. L'axe Oy représente la direction perpendiculaire au rivage et est orienté vers le large. La position de la ligne de rivage est ainsi repérée par son ordonnée $y(x,t)$.

De manière analogue à Hanson et Larson (1987), on écrit une équation traduisant la conservation de la masse de sédiments, en supposant, pour des échelles de temps longues, un profil de plage à l'équilibre dans la direction perpendiculaire à la côte. Cette formulation suppose que le sédiment transporté parallèlement à la côte est entièrement contenu dans une gamme d'immersion inférieure à h , dite profondeur de 'clôture' correspondant à la profondeur limite de remobilisation des matériaux par les plus fortes houles existant dans la zone à l'échelle de temps considérée. Suivant ces hypothèses, l'évolution de y est régie par:

$$\frac{\partial y}{\partial x} + \frac{1}{h} \frac{\partial Q}{\partial x} = S - P$$

où Q désigne le débit solide; S et P sont des termes de sources et de puits éventuels (apport fluviaux, éoliens, effet de variations du niveau marin, etc...).

Différents modes de transport du sédiment peuvent alors être envisagés, en distinguant notamment des contributions advective et diffusive au débit solide (Fraunié et al. 1996) . On écrit : $Q = Q_{diff} + Q_{adv}$, chaque contribution étant classiquement modélisée comme suit:

$$Q_{diff} = D \frac{\partial(hy)}{\partial x} \quad Q_{adv} = Uhy$$

D et U représentent respectivement un pseudo-coefficient de diffusion et une vitesse d'advection équivalente, traduisant l'effet à long terme de l'action des vagues et les processus de transport locaux dus aux inhomogénéités longitudinales de petite échelle et /ou de courte durée.

3. Méthode d'assimilation de données:

L'observation de la position de la ligne de côte étant supposée connue par la donnée de photographies aériennes ou par tout autre procédé, l'objectif de la méthode est d'identifier les paramètres peu connus traduisant les effets de petites échelles de temps. C'est typiquement le cas du coefficient de diffusion D dans la formulation de la loi de transport sédimentaire précédente, peu accessible à la mesure directe et dont la valeur ne peut être calculée analytiquement que dans certains cas de figure simples. Par souci de généralité, on considère que sa valeur peut éventuellement dépendre de l'abscisse x du point considéré. Cette identification de paramètre s'effectue en cherchant, parmi toutes les solutions possibles du modèle, celle s'approchant le plus des observations disponibles. Notons $\hat{y}(x,t)$, la position observée du trait de côte. Une mesure de l'écart entre $y(x,t)$ et $\hat{y}(x,t)$ sur l'intervalle L et sur une durée T en valeur quadratique moyenne s'écrit:

$$J = \frac{1}{LT} \int |y - \hat{y}|^2 dxdt$$

Comme la solution $y(x,t)$ du modèle dépend en fait de la valeur de la fonction $D(x)$, J est une fonctionnelle de D : $J=J(D(x))$, appelée 'fonctionnelle de coût', qu'il faut minimiser sur l'ensemble des fonctions $D(x)$ admissibles (en pratique positives) pour trouver le paramétrage (ou contrôle) $D^*(x)$ optimal.

Soit \vec{Y} le vecteur où sont rangées les valeurs de l'approximation numérique de la fonction $y(x,t)$ aux noeuds de la grille x_i aux instants t_k d'observation, et \hat{Y} le vecteur des observations correspondantes; la minimisation de la fonction $J = \|\vec{Y} - \hat{Y}\|^2$ s'effectue formellement au moyen de l'algorithme itératif de descente (Menke 1984):

$$\vec{D}^{(n+1)} = \vec{D}^{(n)} + (G_n^t G_n)^{-1} G_n^t (\hat{Y} - \vec{Y}(\vec{D}^{(n)}))$$

Où $\vec{D}^{(n)}$ désigne le vecteur où sont rangées les valeurs de l'estimation d'ordre n de la fonction $D(x)$ aux différents noeuds de la grille x_i , et G_n l'opérateur matriciel

donné par $G_n = \left. \frac{\partial \vec{Y}}{\partial \vec{D}} \right|_{D=D^{(n)}}$. L'algorithme de descente est poursuivi jusqu'à ce que

deux valeurs consécutives de J ne diffèrent plus qu'à une précision ε arbitrairement fixée par avance.

4. Test Numérique de la méthode:

L'objectif étant de vérifier l'aptitude de la méthode à identifier un coefficient de diffusion, on se place dans le cas où les termes d'advection sont identiquement nuls, ainsi que ceux de source et de perte éventuels. On s'intéresse donc au cas d'un épi artificiel qui peut être appréhendé selon ces hypothèses simplificatrices. On envisage un épi disposé perpendiculairement au trait de côte, localisé en $x=0$. Le transport Q est supposé être dû à une houle régulière d'obliquité α_{bs} . Son expression est alors donnée par:

$$Q = Q_0 \sin(2\alpha_{bs})$$

Où $\alpha_{bs} = \alpha_b - \alpha_s$ est l'angle entre la houle incidente et le rivage au moment du déferlement.

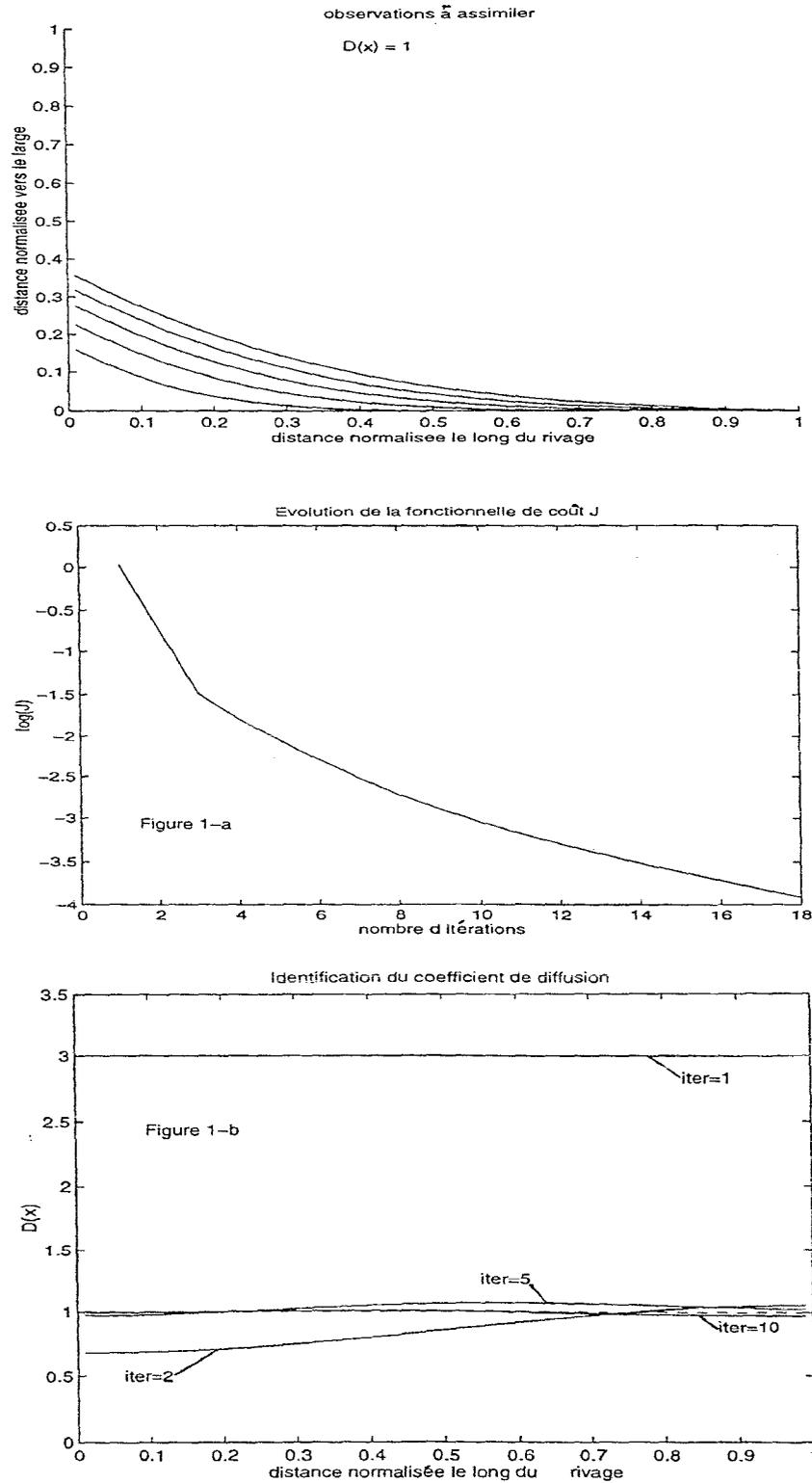
Le développement au premier ordre en α_s (Pelnard-Considere 1956) conduit à résoudre le problème de diffusion suivant :

$$\frac{\partial y}{\partial t} - \frac{2}{h} \frac{\partial}{\partial x} (Q_0 \frac{\partial y}{\partial x}) = 0$$

Pour une profondeur de clôture constante, on obtient un coefficient de diffusion égal à : $D = \frac{2Q_0}{h}$. Cette équation aux dérivées partielles est résolue avec une condition à la limite de débit solide nul sur l'épi conduisant à la condition $\alpha_s = \alpha_b$ en $x=0$, ainsi qu'avec une condition d'annulation de la valeur de y à l'infini.

Une série de tests de validité et de robustesse de la méthode ont été mis en oeuvre. On envisage un test d'identification du coefficient de diffusion ayant servi à construire une simulation d'observations en amorçant la procédure à partir d'un paramétrage assez différent. La fonction de coût J est présentée figure 1a. On observe la rapide décroissance de celle-ci (on notera l'échelle logarithmique) et donc la convergence vers le minimum théorique qui dans ce cas est nul. Ceci signifie que la solution du modèle est exactement retrouvée, à la précision ε prédéfinie, et que les coefficients de diffusion optimisés et théorique sont virtuellement indiscernables (Figure 1b).

Une seconde expérience est menée en utilisant le jeu d'observations simulé précédent mais en amorçant la procédure avec un coefficient relativement éloigné de la valeur à retrouver. La décroissance de la fonction de coût atteste une fois encore d'un bon comportement de la méthode (Figure 2a 2b). L'algorithme fonctionne, mais après avoir rencontré un certain nombre de valeurs négatives non admissibles seuillées à zéro pour permettre à la minimisation de continuer sans déstabiliser complètement de modèle. Les discontinuités de seconde espèce qui en résultent dans la distribution de $D(x)$ font ressentir leurs effets durant un nombre d'itérations assez important, et l'essentiel des efforts de la procédure en fin d'itération consiste à essayer de les résorber progressivement. On peut donc penser



Exemple d'observations à assimiler, simulées pour le cas d'un coefficient $D(x)$ constant pris égal à 1; les distances selon x et selon y sont normalisées par la longueur L du rivage et la longueur de l'épi. Les résultats de l'identification de D en amorçant l'optimisation avec un coefficient égal à 3 sont présentés en fonction de l'ordre d'itération $iter$ la valeur à retrouver étant représentée en traits discontinus.

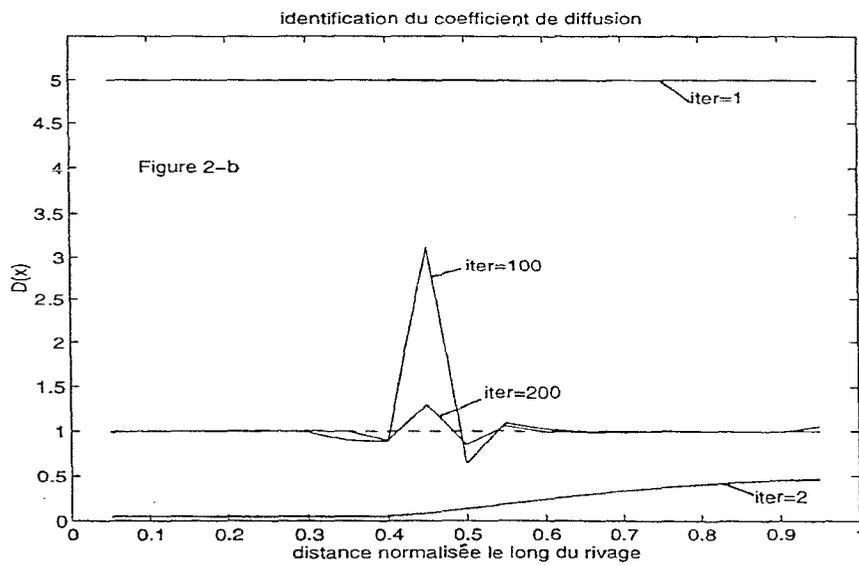
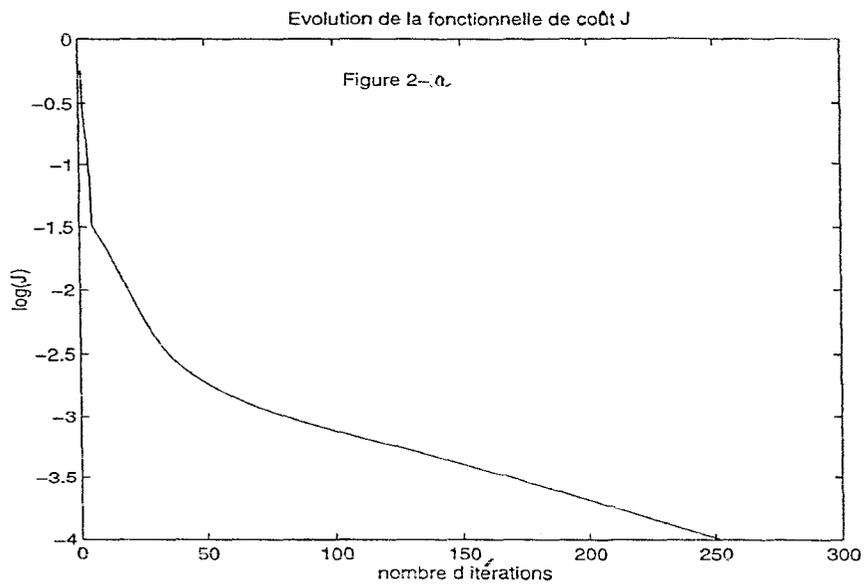


Illustration de l'effet du seuillage des valeurs de $D(x)$ à zéro lorsque ceux-ci ont tendance à devenir négatifs. La procédure d'optimisation est amorcée avec un coefficient $D(x)$ pris égal à 5.

qu'une méthode de seuillage moins 'brutale' aurait probablement conduit à une économie du nombre d'itérations pour parvenir à minimiser J à la précision désirée.

Enfin, on présente les résultats de l'identification du coefficient de diffusion variable avec la position en choisissant une fonction $Q_0(x)$ dépendant de l'abscisse. On mène une expérience à partir d'une observation simulée correspondant à une situation sévère de variation brusque du coefficient de diffusion, c'est-à-dire présentant une discontinuité de celui-ci en un lieu donné. On remarque, à l'examen de la fonction de coût (Figure 3a) et de l'évolution de la distribution du coefficient de diffusion au cours des diverses itérations (Figure 3b), que la méthode conduit encore à un coefficient de diffusion optimal proche de la fonction $D(x)$ à retrouver, au prix néanmoins d'un nombre d'itérations accru.

5. Conclusion:

Une méthode d'identification de paramètre par méthode de contrôle optimal permet d'optimiser la calibration d'un modèle unidimensionnel d'évolution du trait de côte à partir d'observations de la position de la ligne de rivage. Cette méthode est d'autant plus intéressante qu'elle permet d'obtenir la valeur de paramètres peu accessibles à la mesure directe, tels que le pseudo-coefficient de diffusion équivalent traduisant les effets à long terme de phénomènes de courtes échelles de temps et d'espace. La méthode a été testée dans le cas d'un épi artificiel pour lequel, sous certaines hypothèses, une expression analytique de ce coefficient peut être écrite. Ces tests ont montré le bon comportement de la méthode même pour des situations présentant des seuils discontinuitaires ou des niveaux de bruit importants sur les observations. Il reste cependant à appliquer l'algorithme à un cas d'observations réelles en site naturel. Dans cet optique, une étude du site du débouché du grand Rhône, pour lequel on dispose d'un jeu de photographies aériennes couvrant les soixante dix dernières années, devrait permettre un test en vraie grandeur à partir d'observations réelles et non plus issues elles-mêmes d'une simulation. Cependant, les premiers tests montrent qu'un modèle purement diffusif appliqué à ce site naturel conduit à un jeu de coefficients négatifs. Ceci montre que pour ce cas de figure, existent probablement des termes de sources ou d'advection complémentaires à prendre en considération dans l'équation du modèle envisagé.

6. Références

Fraunié Ph., V. Rey, and J-L. Devenon 1996. « Coastal evolution due to relative sea level rise » proceeding MEDCOAST 96, Saligernie, Turquie, nov 96.

Hanson, H., and Larson, M. 1987. « Comparison of Analytic and Numerical Solutions of the One-Line Model of Shoreline Change », Proceedings of coastal Sediments '87, American Society of Civil Engineers, pp500-514.

Hanson H., and N. C. Krauss. 1989. « Genesis: Generalized Model for Simulating Shoreline Change », Technical Report CERC-89-19, US Army Engineer Waterways Experiment Station, Coastal Engineering Research center, Vicksburg, Massachusetts, USA.

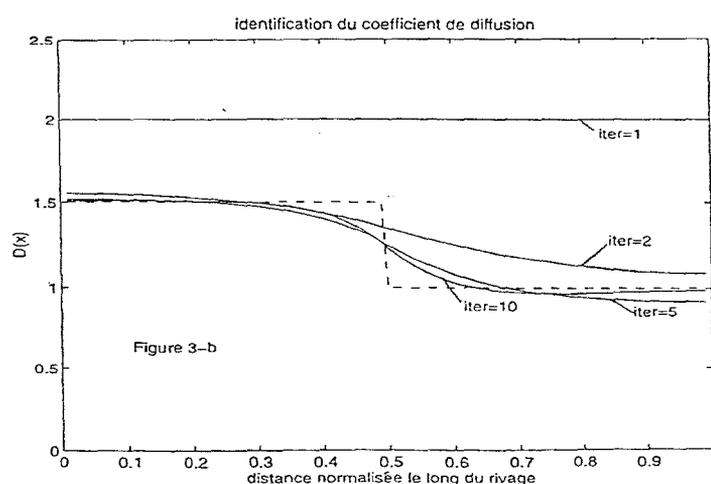
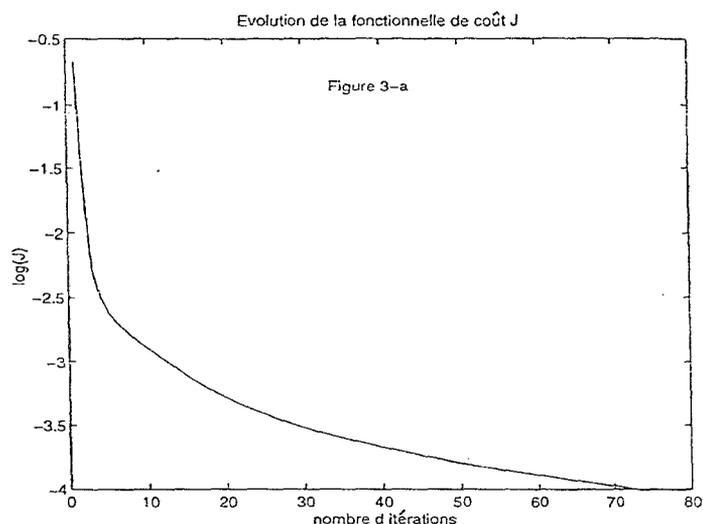
SESSION II : Dynamique sédimentaire et transports particuliers

Leredde Y., Lellouche J.M., Devenon J.L., Dekeyser I., 1997, « On initial, boundary conditions and viscosity coefficient control for Burgers' equation » Int. J. Meth. Fluids, in press.

Menke W. 1984; « Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory » Academic press, 224 p.

Pelnard-Considere, R. 1956. « Essai de théorie de l'évolution des formes de rivage en plage de sable et de galets », 4èmes Journées de l'hydraulique, les Energies de la mer, Question III, Rapport N° 1, pp 289-298.

Reeve D.E., and C.A. Fleming 1997 « A Statistical Dynamical Method for Predicting Long Term Coastal Evolution » Coastal Engineering, 30, pp 259-280.



Résultats de l'identification d'une distribution $D(x)$ présentant une forte variation .
La procédure d'optimisation est amorcée avec un coefficient pris égal à 2. La distribution à identifier est représentée en traits discontinus.