Modèle numérique d'évolution du profil d'une plage sableuse

K. Spielmann
Doctorante, Université d'Aix-Marseille II

D. Astruc
Maître de Conférences, INP Toulouse

O. Thual
Professeur, INP Toulouse

Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse, UMR 5502 CNRS-INPT/UPS, allée du Professeur Camille Soula, F-31400 Toulouse

Résumé

Dans le cadre du programme PNOC II, chantier hydrodynamique sédimentaire, nous développons un modèle numérique afin de prédire l'évolution du profil d'une plage sableuse soumise à l'action de la houle. Nous nous intéressons essentiellement à la formation d'une barre littorale au niveau du déferlement. Ce modèle calcule le shoaling $1D$ de la houle dans la direction normale à la plage ainsi que le mélange turbulent sur les verticales de cette section. Il permet ainsi de déterminer le courant de retour et le profil de concentration de sable en suspension et donc le transport de sédiment. Nous montrons l'influence de la viscosité turbulente sur ces quantités et sur la barre littorale ainsi formée. Par ailleurs, nous sommes en train de compléter ce modèle par une paramétrisation du transport de sable dû à l'action directe de la houle (asymétrie de la vitesse orbitale au fond), processus indépendant du précédent.

1. Introduction

L'objectif de notre travail est de développer un modèle numérique de transport sédimentaire dans la direction orthogonale à la ligne de côte. Ce modèle $1DH \times 1DV$ (dans le plan $x - z$) traite le cas d'une houle monochromatique incidente et considère d'une part l'effet du déferlement sur le transport sédimentaire et d'autre part, l'action directe de la houle non-linéaire. Le premier processus consiste en la mise en suspension, par le déferlement, du sable qui est ensuite transporté vers le large par le **courant de retour**, alors que le deuxième se traduit par un transport vers la plage par charriage et suspension dû à l'**asymétrie du profil de vitesse orbitale** de la houle au fond.
Après avoir posé l'équation générale régissant l'évolution du fond, nous décrivons le modèle de transport sédimentaire par le courant de retour. Nous montrerons en particulier sa sensibilité vis-à-vis du choix de la viscosité turbulente. La dernière partie est consacrée au transport induit par l'asymétrie du profil de vitesse orbitale, basé sur un modèle non-linéaire de houle.

2. L'évolution du fond

L'évolution du fond est régie par une équation de conservation de sédiments, qui s'écrit :

$$\frac{\partial z_f(x)}{\partial t} + (1+\zeta)\left(\frac{\partial q_c^{(r)}}{\partial x} + \frac{\partial q_s^{(r)}}{\partial x} + \frac{\partial q_c^{(a)}}{\partial x} + \frac{\partial q_s^{(a)}}{\partial x}\right) = 0 \tag{1}$$

où z_f est la cote du fond (figure 1), ζ la porosité du fond (nulle dans notre modèle) et q le volume de sable transporté par unité de largeur et par unité de temps, moyenné sur une période de houle (en m^2/s). Les indices c et s sont utilisés respectivement pour le **charriage** et la **suspension**, et les exposants r et a pour le transport par le courant de **retour** et par l'**asymétrie** du profil de vitesse au fond.

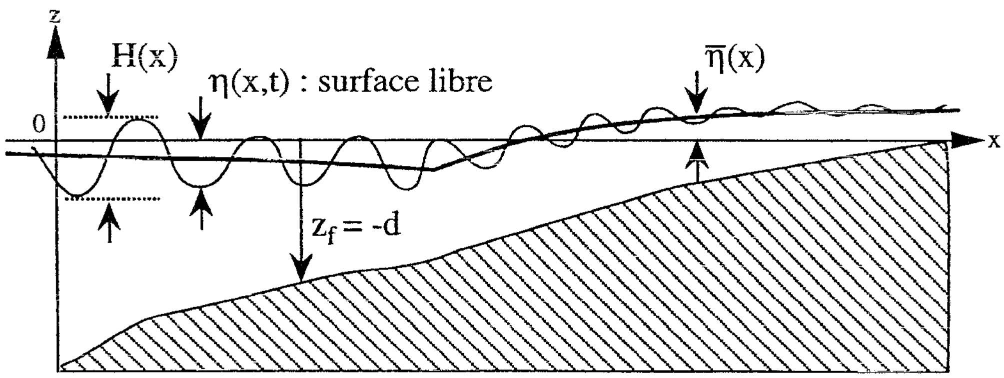


FIG. 1 – Repère de travail et définition des variables utilisées

3. Transport sédimentaire par le courant de retour

3.1. Modélisation

On a supposé que le transport par le courant de retour, pris stationnaire, ne s'effectue que par suspension. On a donc :

$$q_c^{(r)} = 0, \qquad q_s^{(r)} = \frac{1}{\rho_s}\int_{z_f}^{\bar{\eta}} \bar{u}\bar{C}dz \tag{2}$$

où ρ_s représente la masse volumique des sédiments, $\bar{\eta}$ le niveau moyen de la surface libre (figure 1). $\bar{u}$ et $\bar{C}$ sont respectivement les profils verticaux de vitesse et de concentration en sable, moyennées sur une période de houle, que l'on va déterminer ci-après.

3.2. Calcul du profil de concentration $\bar{C}(z)$

Le profil vertical de concentration de sédiment moyennée sur une période de houle, $\bar{C}(x,z)$, est solution d'une équation d'advection-diffusion, où l'advection est provoquée par la vitesse de chute constante w_s des sédiments et la diffusion par la turbulence. On a supposé un flux de concentration nul en surface, ce qui nous permet d'écrire :

$$\nu_t \frac{\partial \bar{C}}{\partial z} + w_s \bar{C} = 0 \tag{3}$$

où ν_t représente le coefficient de viscosité turbulente (nous avons supposé que le nombre de Schmidt turbulent est égal à 1).

La résolution de l'équation (3) requiert la connaissance de la concentration de référence au fond, $\bar{C}_a$. Nous avons choisi le modèle de Nielsen [11] (1984) qui dépend du paramètre de mobilité des particules, θ_s (paramètre de Shields), lui même fonction de la tension de cisaillement au fond créée par la houle :

$$\bar{C}_a = 0.005 \rho_s \theta_s^3 \tag{4}$$

3.3. Calcul du profil de vitesse $\bar{u}(z)$

Le courant de retour, créé sous l'action du déferlement de la houle, est solution d'une équation de diffusion turbulente, forcée par le gradient horizontal de pression (qui correspond à la pente de la surface libre) et par les gradients horizontaux et verticaux des vitesses orbitales de houle :

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\nu_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\right) = g\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{\tilde{u}^2}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{\tilde{u}\tilde{w}}}{\partial z} \tag{5}$$

avec $\tilde{u}$ et $\tilde{w}$ les composantes horizontale et verticale de la vitesse orbitale de houle. Dans notre cas (houle linéaire, §3.5.), le dernier terme est nul.

Cette équation possède donc deux inconnues : $\bar{u}$ et $\bar{\eta}$. Pour obtenir $\bar{u}$ en fonction du gradient de $\bar{\eta}$, on intègre deux fois l'équation (5) avec les conditions aux limites : au fond, l'adhérence ($\bar{u}(z_f) = 0$) et à la surface, un flux de vitesse proportionnel à la contrainte de cisaillement induite par le déferlement. D'après Deigaard et Fredsoe [4] (1989), cette contrainte est proportionnelle au taux de dissipation de l'énergie de la houle D (équation (9), §3.5.).

Pour calculer $\bar{\eta}$, on intègre une troisième fois l'équation (5) sur toute la colonne d'eau. On utilise ensuite l'équation de continuité intégrée sur la verticale et moyennée sur une période de houle pour trouver une condition sur $\int_{z_f}^{\bar{\eta}} \bar{u}(z)\,dz$. Dans le cas où le débit d'eau traversant une section verticale est nul, cette équation s'écrit :

$$\int_{z_f}^{\bar{\eta}} \bar{u}(z)\,dz = -\frac{E}{\rho c} \tag{6}$$

avec E l'énergie de la houle, c sa vitesse de phase et ρ la masse volumique de l'eau de mer. Cette condition permet ainsi de calculer le gradient de $\bar{\eta}$ et donc, le courant moyen.

3.4. La viscosité turbulente

Nous avons choisi un modèle à 0 équation, c'est-à-dire imposé un profil de viscosité turbulente linéaire en z, celui de Grant et Madsen [5] (1979) (noté

GM dans la suite) :

$$\nu_t = \kappa u_* (z + d) \qquad (7)$$

où κ est la constante de von Kármán égale à $0,41$, u_* la vitesse de frottement au fond induite par la houle et d la profondeur (figure1). Pour éviter d'avoir une viscosité turbulente nulle au fond, nous avons construit trois modèles inspirés de ce dernier :

-M1 : nous avons ajouté au modèle GM une valeur de 10^{-4} sur toute la colonne d'eau,

-M2 : nous avons forcé la valeur au fond à être égale à celle calculée sur la première maille,

-M3 : nous avons changé la pente du profil de telle sorte qu'au fond, la valeur soit la moitié de celle donnée par GM en $z = -d/2$.

A travers ces trois modélisations, on va pouvoir analyser l'effet de la viscosité turbulente sur les paramètres importants : $\bar{C}$, $\bar{u}$ et donc $q_s^{(r)}$.

3.5. La houle

Le modèle calcule la réfraction de la houle d'Airy en supposant l'écoulement stationnaire, sans courant ni forçage extérieur : le flux d'énergie est donc conservé jusqu'au point de déferlement (déterminé par le critère de Miche [8], 1944), à partir duquel il est dissipé de façon exponentielle jusqu'à la plage (Le Méhauté [7], 1962). On peut ainsi écrire :

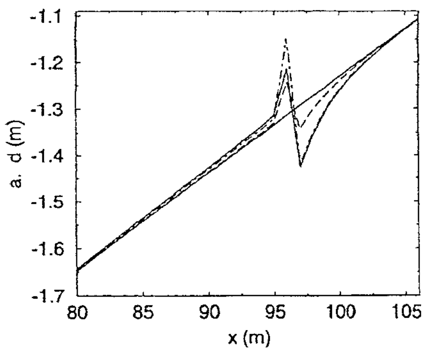
$$\frac{\partial(c_g E)}{\partial x} = 0 \quad \text{pour} \quad H/L \leq 0,14 \tanh(2\pi d/L) \qquad (8)$$

$$= -D = -2\alpha E/T \quad \text{sinon} \qquad (9)$$

avec c_g la vitesse de groupe, H la hauteur de la houle (figure 1), L sa longueur d'onde, T sa période et α un coefficient de l'ordre de 1 choisi de telle sorte que la hauteur de vague soit nulle à la côte.

3.6. Résultats

Nous avons choisi d'évaluer notre modèle en utilisant les données de l'expérience de Sanchez-Arcilla et al. [12] (1994) effectuée dans un canal de 225 m de long avec une houle d'une période de 5 s et d'amplitude 0,9 m au large.
La figure 2a représente l'évolution du fond après une durée de simulation de 60 s et une résolution en x de 1 m. Cette nouvelle bathymétrie présente une forte discontinuité ; elle est en effet composée de deux zones bien distinctes : la première, zone de dépôt de sédiment pour $x \leq 96$ m, et la deuxième, zone d'érosion pour $x \geq 97$ m. De plus, le dépôt de sédiment est très localisé, le sable transporté étant principalement déposé en $x = 96$ m. Au point suivant($x = 97$ m), il y a déferlement de la houle (point noté PDD dans la suite), processus qui est donc à l'origine du mécanisme d'érosion du sédiment. On peut également noter l'impact de la viscosité turbulente sur les ordres de grandeur du dépôt et de l'érosion de sable.
Sur la figure 2b qui représente le flux de sable transporté par suspension, on



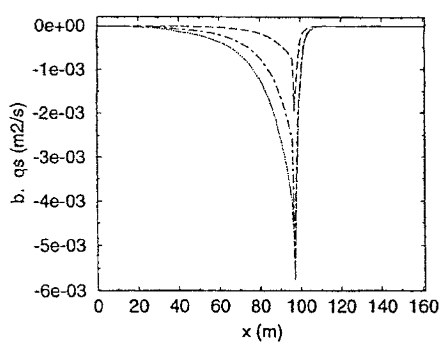


FIG. 2 – a. Evolution du fond induite par le courant de retour (fond initial: –), b. flux de sable transporté, $q_s^{(r)}$, pour les 3 modèles de ν_t: M1(- -), M2(-.), M3(...)

voit tout d'abord que ce dernier reste toujours négatif, ce qui traduit un transport de sédiment de la côte vers le large. Ensuite, on note, là encore, une discontinuité localisée au niveau du PDD: pour $0 \leq x \leq 96$ m, $q_s^{(r)}$ diminue (plus ou moins fortement selon le modèle de viscosité turbulente), ce qui entraîne un dépôt de sable dans cette zone; au PDD, $q_s^{(r)}$ chute fortement ce qui explique l'amoncellement de sable en $x = 96$ m, observé précédemment (plus important pour M2 où la discontinuité est la plus prononcée). Ensuite, pour $x \geq 97$ m, $q_s^{(r)}$ augmente exponentiellement (car fonction de la hauteur de la houle) ce qui induit une érosion de sédiment importante, mais relativement localisée.

Analysons maintenant l'allure des profils verticaux de courant représentés sur la figure 3. On remarque tout d'abord que l'évolution en x du courant présente elle aussi une discontinuité au niveau du PDD. Pour $x \leq 96$ m, le courant, de faible intensité, demeure négatif sur toute la verticale en raison de la contrainte (6). A partir de $x = 97$ m, il y a apparition d'un fort courant négatif situé en-dessous du creux de la houle (ligne horizontale pointillée): le courant de retour créé par le cisaillement dû au déferlement (condition à la limite de $\bar{u}$). Ce contraste entre les profils de $\bar{u}$ avant et après le PDD est dû à la discontinuité de la contrainte de cisaillement en surface mais également à l'absence d'advection horizontale du courant (voir l'équation (5)). La prise en compte de cette advection permettrait peut-être d'obtenir un transport continu et donc un dépôt de sable moins concentré.

Discutons à présent l'influence de la viscosité turbulente sur les profils de courant et de concentration. Selon le modèle de ν_t, les ordres de grandeur de $\bar{u}$ sont très peu différents, alors que ceux de la concentration présentent de fortes variations. En effet, les profils de $\bar{C}$ pour $x \leq 110$ m décroissent beaucoup plus rapidement pour M1 que pour M2, alors que ces deux modèles de viscosité sont quasi-identiques (sauf au fond). Cette tendance s'inverse à partir de $x = 132$ m, où le profil de ν_t pour M1 devient supérieur à celui obtenu pour

M2. On peut donc dire que la valeur de $\bar{C}$ est responsable en majeure partie des écarts observés sur les résultats du flux de masse et de la bathymétrie en fonction du modèle de ν_t. Une détermination plus sophistiquée de la viscosité turbulente (surtout proche du fond) paraît donc indispensable; on peut citer par exemple le modèle $k - \epsilon$ proposé par Mocke [9] (1991).

Cette conclusion est confirmée lors de la confrontation des résultats numériques avec ceux de l'expérience (voir figure 3 pour $x = 110$ m et $x = 140$ m). En effet, aucun des trois modèles de viscosité turbulente permet une validation satisfaisante. Par ailleurs, l'analyse des mesures expérimentales montre que les profils de concentration et de courant (en valeur absolue) augmentent jusqu'à $x = 125$ m pour ensuite diminuer, alors que le maximum de $|\bar{u}|$ simulé est atteint pour $x = 97$ m (celui de $\bar{C}$ se situe en $x = 96$ m car nous avons négligé dans le calcul de $\bar{C}_a$ (équation (4)) le cisaillement au fond induit par le courant; sa prise en compte, somme toute indispensable, rendrait les deux maxima confondus). L'introduction d'un terme de retard dans la dissipation de l'énergie de la houle, correspondant à l'énergie induite par le rouleau de déferlement (Nairn et al. [10], 1990), permettrait de décaler le maximum de $|\bar{u}|$ (et donc de $\bar{C}$), ce dernier dépendant des vitesses orbitales de la houle et donc de son énergie (équation (5)).

4. Transport sédimentaire par l'action de la houle non-linéaire

4.1. Modélisation

Nous avons retenu la modélisation de Bailard et Inman [2] (1981) pour le transport par charriage, et celle de Bailard [1] (1981) pour le transport par suspension. Ces transports moyens (dont la moyenne s'effectue sur une période de houle, désignée par $<>$) sont exprimés en kg/s^3 ; on les divise par $\rho g\,(s-1)$ où $s = \rho_s/\rho$ représente la densité relative des sédiments par rapport à l'eau, pour obtenir les unités requises par l'équation de l'évolution du fond (1). Les formules utilisées s'écrivent donc:

$$q_c^{(a)} = \frac{c_f \epsilon_b / \tan\Phi}{g\,(s-1)} \left(< |u_t|^2 u_t > - \frac{\tan\beta}{\tan\Phi} < |u_t|^3 > \right) \qquad (10)$$

$$q_s^{(a)} = \frac{c_f \epsilon_s / w_s}{g\,(s-1)} \left(< |u_t|^3 u_t > - \frac{\epsilon_s \tan\beta}{w_s} < |u_t|^5 > \right) \qquad (11)$$

avec c_f le frottement au fond dû à la houle, $\epsilon_b = 0,21$ et $\epsilon_s = 0,025$, les facteurs d'efficacité pour le charriage et la suspension (calculés par Bailard [1], 1981), Φ l'angle de frottement dynamique, β l'angle d'inclinaison du fond et u_t la vitesse de la houle au fond. On remarque que si l'on utilise le modèle linéaire de vague, les termes $< |u_t|^2 u_t >$ et $< |u_t|^3 u_t >$ sont nuls puisque u_t est sinusoïdale en temps. Or ce sont ces deux termes qui traduisent l'apport de sédiment vers la côte, ce qui nécessite le développement d'un modèle non-linéaire de houle.

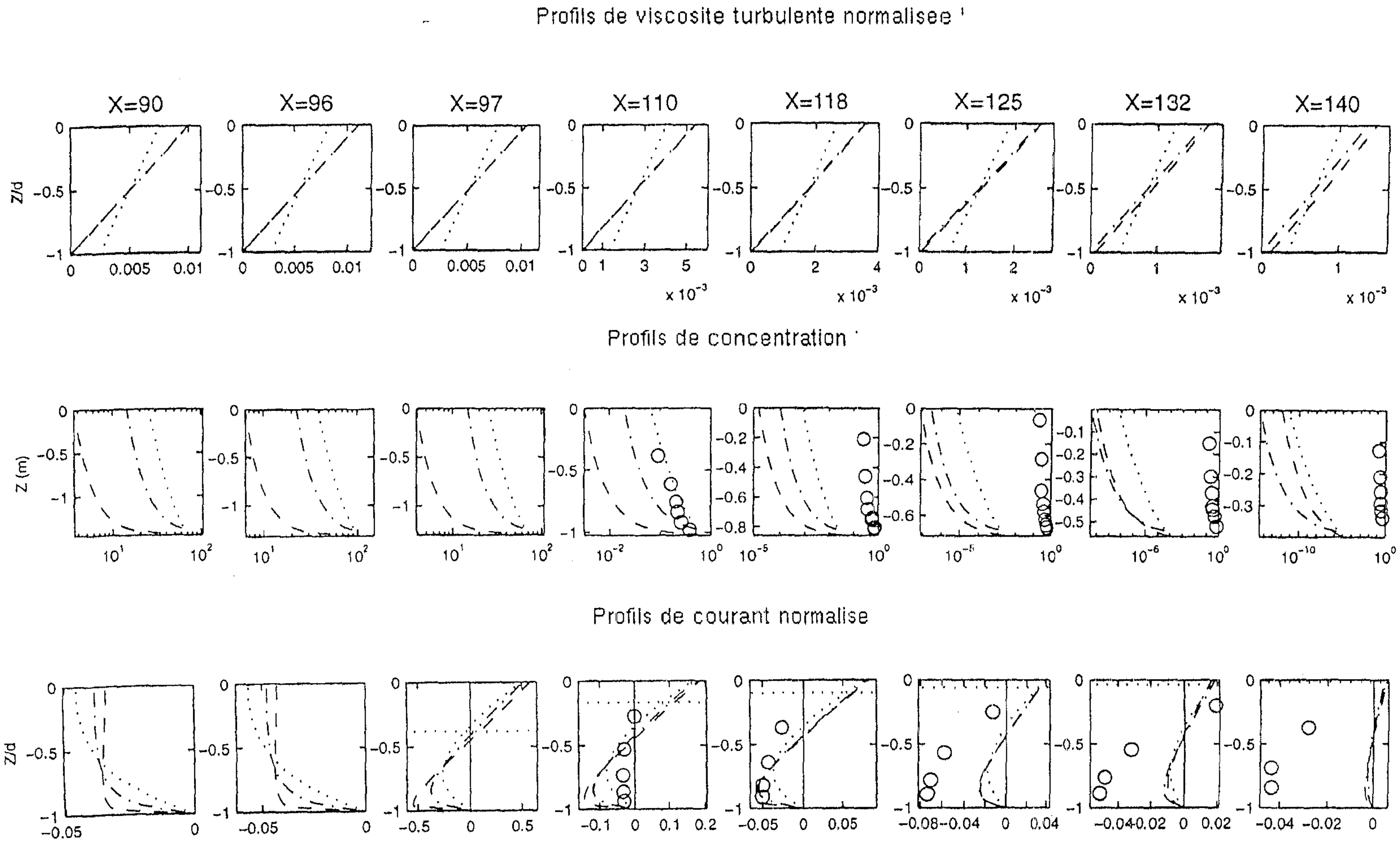


FIG. 3 – Profils de $\nu_t/\sqrt{gd^3}$, $\bar{C}$ et $\bar{u}/\sqrt{gd}$: simulations M1(- -), M2(-.), M3(...), mesures (o)

4.2. Le modèle non-linéaire de houle

Les domaines d'application des différentes théories de houle se décomposent en trois zones : les eaux profondes $\left(\frac{d}{L} > 0,5\right)$, peu profondes $\left(\frac{d}{L} \leq 0,04\right)$, et les eaux "transitoires". Dans notre cas, on se situe dans les eaux transitoires et peu profondes. Il nous faut donc choisir deux modèles de houle non-linéaire ; se pose alors le problème de raccordement entre ces deux modèles. D'après Hardy et Kraus [6] (1988), le couplage entre les théories de Stokes 3$^{\text{ème}}$ ordre (eaux transitoires) et cnoïdale 2$^{\text{ème}}$ ordre (eaux peu profondes) permet d'obtenir une continuité sur les hauteurs de houle en dépit d'un saut sur l'énergie.

L'évolution du fond induite par l'action de la houle n'est pas présentée ici. En effet, ce calcul requiert un modèle de réfraction non linéaire en cours de développement.

5. Conclusion

L'objectif de ce travail était de construire un modèle simple mais complet de transport sédimentaire sous l'action de la houle.
Le modèle rend bien compte de la création d'une barre juste avant le point de déferlement, en raison d'un transport de sédiment de la côte vers le large induit par le courant de retour. Cependant, nous avons montré que ce courant présente une forte discontinuité en x au niveau du PDD, qui se répercute sur le flux de sédiment et donc sur la bathymétrie : l'amoncellement de sable est concentré en un seul point. La prise en compte de l'advection du courant selon l'horizontale permettrait d'obtenir des profils continus dans cette direction et donc une meilleure adéquation sur le plan quantitatif.
Nous avons également étudié l'influence de la viscosité turbulente sur l'évolution du profil de bathymétrie. Cette étude nous a permis de mettre en évidence la forte sensibilité du profil de concentration à la valeur de la viscosité au fond. Pour compléter cette étude, il faudrait en outre tenir compte de la contribution du courant dans le calcul du cisaillement (Soulsby [13], 1993), pour tester son influence sur la viscosité turbulente. Par ailleurs, d'autres modèles de turbulence doivent être envisagés. On peut citer par exemple la formulation analytique de Battjes [3] (1975) où la viscosité turbulente est fonction du cisaillement au fond mais aussi de la dissipation de l'énergie de la houle, ou encore le modèle $k - \epsilon$ de Mocke [9] (1991).
Une fois les améliorations apportées, il reste à mettre en place l'itération temporelle, c'est-à-dire à recalculer l'hydrodynamique avec la nouvelle bathymétrie après transport sédimentaire. Des études de stabilité pourront être entreprises pour comprendre les structures morphologiques que peut générer un tel système couplé.

Références

[1] Bailard J.A., 1981, *An energetics total load sediment transport model for a plane sloping beach*, J. Geophys. Res., Vol.86 n° C11, pp 10,938-10,954.

[2] Bailard J.A. & Inman D.L., 1981, *An energetics bedload model for a plane sloping beach: local transport*, J. Geophys. Res., Vol.86 n° C3, pp 2035-2043.

[3] Battjes J.A., 1975, *Modelling of turbulence in the surf zone*, Proc. Symp. Model. Techniques, ASCE, San Francisco, pp 1050-61.

[4] Deigaard R. & Fredsoe J., 1989, *Shear stress distribution in dissipative water waves*, Coastal Eng., Vol.13, pp 357-378.

[5] Grant W.D. & Madsen O.S., 1979, *Combined wave and current interaction with a rough bottom*, J. Geophys. Res., Vol.84 n° C4, pp 1797-1808.

[6] Hardy T.A. & Kraus N.C., 1988, *Coupling Stokes and cnoïdal wave theories in a nonlinear refraction model*, Proc. 21st Int. Conf. Coastal Eng., ASCE.

[7] LeMéhauté B., 1962, *On non-saturated breakers and the wave run-up*, Proc. 8th Int. Coastal Eng. Conf., ASCE, pp 77-92.

[8] Miche R., 1944, *Mouvements ondulatoires de la mer en profondeur constante ou décroissante*, Annales des Ponts et Chaussées, Paris, pp 130.

[9] Mocke G.P., 1991, *Turbulence modelling of suspended sediment in the surf zone*, Proc. Coastal Sediments '91, Seattle, ASCE, pp 432-446.

[10] Nairn R.B., Roelvink J.A. & Southgate H.N., 1990, *Transition zone width and implications for modelling surf zone hydrodynamics*, Proc. 22nd Int. Coastal Eng. Conf., Delft, ASCE.

[11] Nielsen P., 1984, *On the motion of suspended sand particules*, J. Geophys. Res., Vol.89 n° C1.

[12] Sanchez-Arcilla A., Roelvink J.A., O'Connor B.A., Reniers A. & Jiménez J.A., 1994, *The Delta Flume '93 experiments*, Coastal Dynamics '94, Barcelone, ASCE.

[13] Soulsby R.L., Hamm L., Klopman G., Myrhaug D., Simons R.R. & Thomas G.P., 1993, *Wave-current interaction within and outside the bottom boundary layer*, Coastal Eng., Vol.21, pp 41-69.