

**Agitation portuaire : modélisation et mesure.**

Martin SANCHEZ

*Maître de conférences, LGCNSN, Faculté des Sciences et Techniques,
Université de Nantes.*

Résumé

La propagation d'une houle monochromatique dans un bassin rectangulaire est étudiée numériquement grâce à la théorie de Berkhoff. Les conditions aux limites liées aux parois partiellement réfléchissantes sont simulées à l'aide d'une formulation tenant compte d'un coefficient de réflexion K_R réel. Les résultats numériques obtenus par différences finies en utilisant un maillage de 36 noeuds par longueur d'onde permettent d'étudier la variation de l'agitation globale dans le bassin en fonction de K_R .

Des mesures sur le terrain sont réalisées à l'aide de trois sondes capacitatives disposées en triangle, dans le but de tester une démarche de mesure automatique de la direction et du spectre d'énergie d'une houle progressive unidirectionnelle.

Enfin, on présente une méthode originale pour évaluer le coefficient de réflexion d'une structure en canal en laboratoire. Dans cette méthode, la trajectoire d'une particule d'eau en surface est examinée par une série de Fourier complexe.

1. Introduction

L'étude mathématique de propagation de la houle monochromatique est réalisée habituellement en considérant que l'écoulement est irrotationnel. Les vitesses dérivent alors d'un potentiel complexe qui satisfait les conditions aux limites propres à un fond imperméable et à une surface libre isobare. Ce potentiel Φ s'écrit comme suit :

$$\Phi = -\frac{i g a_0}{\omega} \phi(x,y) \frac{\cosh[k(z+d)]}{\cosh[kd]} \exp(-i \omega t) \quad (1)$$

où $\phi(x,y)$ désigne une fonction bidimensionnelle complexe qui doit être déterminée cas par cas, x et y sont les coordonnées cartésiennes du plan horizontal, z la coordonnée verticale (positive vers le haut et ayant pour origine le niveau de repos), i la racine carrée de -1 , g l'accélération de la pesanteur, a_0 l'amplitude de l'onde incidente de référence égale à une demi-fois la hauteur de la houle incidente, d la profondeur, k le nombre d'onde et ω la fréquence angulaire. Les grandeurs k et ω sont liées par la relation de dispersion qui suit:

$$\omega^2 = g k \tanh[kd] \quad (2)$$

La fonction $\phi(x,y)$ caractérise l'amplitude des oscillations et la phase dans chaque point du domaine examiné. Dans ce domaine, cette fonction est régie par une équation différentielle partielle, avec des conditions aux limites appropriées, tenant compte de la houle incidente et des éventuelles réflexions au niveau des frontières délimitant le domaine étudié.

A l'heure actuelle les méthodes numériques assistées par ordinateur permettent de résoudre l'équation différentielle partielle gouvernant ϕ avec une très grande précision. La qualité des résultats ainsi obtenus dépend essentiellement de la connaissance des paramètres propres à la houle incidente (hauteur de houle et direction) et aux frontières réfléchissantes (coefficient de réflexion). Le but de ce travail est de modéliser l'agitation portuaire et de mesurer deux paramètres jouant sur celle-ci : la houle incidente in-situ et le coefficient de réflexion en laboratoire.

2. Modélisation de l'agitation portuaire

Lorsque la houle est sinusoïdale et que la profondeur est constante, la fonction potentielle réduite ϕ est gouvernée par l'équation de Helmholtz :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + k^2 \phi = 0 \quad (3)$$

Si la frontière entre le domaine étudié et la mer est désignée par Γ , et la fonction potentielle réduite caractérisant l'onde progressive incidente de référence par ϕ_w , la fonction potentielle réduite ϕ sur cette frontière est donnée par :

$$\phi = \phi_w + \phi_{pe} \quad , \text{ avec : } \phi_w = \exp [i k (x \cos \theta_w + y \sin \theta_w)] \quad \text{sur } \Gamma \quad (4)$$

où ϕ_{pe} est la fonction potentielle réduite liée à l'onde perturbée qui se propage vers l'extérieur du domaine étudié et θ_w l'angle entre la direction d'incidence de la houle de référence et l'axe Ox. La condition de continuité de la vitesse normale à cette frontière impose alors la condition suivante :

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = \frac{\partial \phi_w}{\partial n} + \frac{\partial \phi_{pe}}{\partial n} \quad , \text{ avec : } \frac{\partial \phi_{pe}}{\partial n} = -i k \phi_{pe} \cos \gamma_{pe} \quad \text{sur } \Gamma \quad (5)$$

où n est la normale à la frontière entre le domaine étudié et la mer ouverte, positive vers l'intérieur du domaine étudié, et γ_{pe} l'angle entre la direction d'incidence de l'onde perturbée se propageant vers l'extérieur du domaine étudié et n .

Selon les études de Isaacson et Qu [2], une paroi partiellement réfléchissante est caractérisée par son coefficient de réflexion K_R et par son déphasage de réflexion β . La valeur de β dépend fortement du positionnement physique de la paroi dans le modèle par rapport à celui du prototype. Avec un positionnement approprié, difficile à déterminer certes, $\beta = 0$. Dans cette étude, on considère cette dernière égalité comme hypothèse. On peut montrer alors, que la fonction potentielle ϕ et la phase ψ , sont reliées au niveau de cette paroi par :

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = i \frac{\partial \psi}{\partial n} \phi, \text{ avec : } \frac{\partial \psi}{\partial n} = - \frac{1 - K_R}{1 + K_R} k \cos \gamma \quad (6)$$

où γ est l'angle entre la direction d'incidence de la houle et $\vec{n}$. La difficulté pour appliquer cette expression est double. D'un côté, la direction d'incidence de la houle sur une paroi n'est pas connue a priori. D'un autre côté, lorsque l'agitation est stationnaire et/ou tridimensionnelle, la notion de direction de propagation de la houle perd toute signification. On est alors obligé d'avancer une définition pour la direction de la propagation de la houle qui soit la plus réaliste possible.

Afin d'approcher cette dernière équation, une démarche originale a été suivie. Une première estimation de ϕ est obtenue en prenant $\gamma = 0^\circ$ sur toutes les parois (équation (6)). Pour la deuxième estimation, on calcule les conditions aux limites en utilisant l'expression (7) ci-dessous (développée dans cette étude) :

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = i \frac{\partial \psi}{\partial n} \phi, \text{ avec : } 0 \leq - \frac{\partial \psi}{\partial n} \leq \frac{1 - K_R}{1 + K_R} k \quad (7)$$

où ψ est la phase de la fonction potentielle réduite ($\phi = A \exp(i \psi)$). Par la suite, on répète ce processus jusqu'à l'invariabilité des résultats obtenus. D'une façon pratique, trois itérations suffisent.

Habituellement l'agitation en chaque point d'un bassin est caractérisée par le rapport de l'amplitude locale de la houle a sur l'amplitude de la houle incidente de référence a_0 , lequel est donné par :

$$\frac{a}{a_0} = K_d = \sqrt{F^2 + G^2} \quad (8)$$

où f et g sont respectivement, la partie réelle et imaginaire de la fonction potentielle réduite : $\phi = F + i G$. La phase de la houle ψ est l'argument de la grandeur complexe ($F + i G$). Pour $F = G = 0$, la phase est indéfinie ; ceci est le cas dans les points amphidromiques où l'amplitude est nulle.

Le flux d'énergie adimensionnel Fe^* sera défini par l'expression suivante :

$$Fe^* = \frac{2 Fe}{\rho g a_0^2 C_E} = \left[\left(F \frac{\partial G}{\partial kx} - G \frac{\partial F}{\partial kx} \right)^2 + \left(F \frac{\partial G}{\partial ky} - G \frac{\partial F}{\partial ky} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (9)$$

où Fe est le flux d'énergie transmis par la houle. Le calcul du flux d'énergie par la houle incidente conduit à $Fe^* = 1$. Il faut noter que le flux d'énergie est représenté par un vecteur ayant une composante selon x et une composante selon y .

2.1. Configuration du bassin étudié

Il s'agit d'un bassin rectangulaire à profondeur constante ayant été étudié par plusieurs auteurs [2,5]. Cette configuration simple est représentée sur la figure 1. On considérera dans tous les cas une incidence de la houle suivant l'axe de symétrie du bassin.

2.1.1. Agitation dans un bassin avec des parois absorbantes

La figure 2 montre la distribution de l'agitation évaluée après deux itérations de calcul. La solution analytique de Blue et Johnson [6] et les mesures expérimentales de Pos et Kilner [5] sont représentées sur cette même figure. On constate que les résultats numériques s'approchent de la solution analytique ; cependant, ils montrent un écart appréciable vis-à-vis des résultats expérimentaux, lequel peut être expliqué par les difficultés inhérentes aux essais en laboratoire lorsque l'on désire reproduire une absorption totale de l'énergie par les parois.

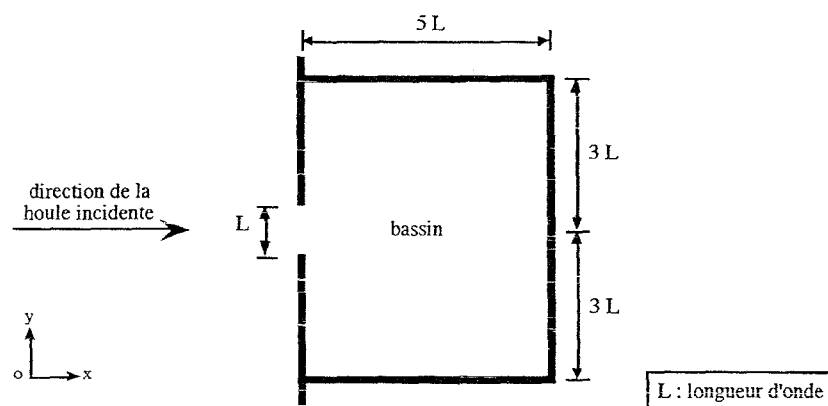


Fig. 1.- Configuration du bassin étudié.

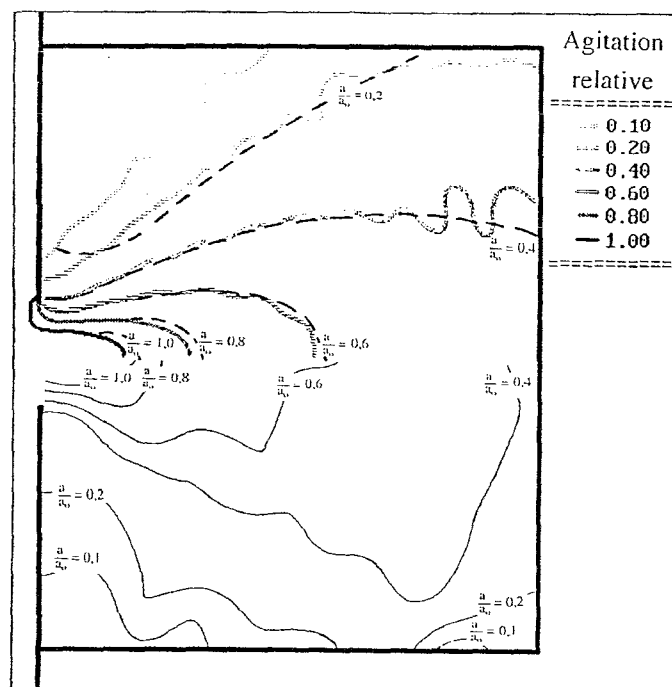


Fig. 2.- Agitation dans un bassin entouré de frontières complètement absorbantes.

Moitié supérieure du bassin

- En traits continus : d'après cette étude.
- En traits discontinus : d'après la solution analytique de Blue et Johnson [6].

Moitié inférieure du bassin

- En traits continus : d'après les mesures expérimentales de Pos et Kilner [5].

2.1.2. Agitation dans un bassin en fonction du coefficient K_R

Une étude de l'influence du coefficient de réflexion des parois sur l'agitation portuaire a été réalisée ; dans cette étude, l'agitation portuaire est caractérisée par la moyenne quadratique de K_d dans le bassin. Le tableau I donne cette moyenne quadratique de K_d pour quelques coefficients K_R . On observe que pour des faibles valeurs de K_R , l'agitation n'augmente que très peu lorsque K_R augmente, mais à partir de $K_R \approx 0,8$ toute petite augmentation du coefficient de réflexion est accompagnée d'une très forte augmentation de l'agitation portuaire.

K_R	0,00	0,50	0,80	0,90	0,95	1,00
$\sqrt{K_d^2}$	0,394	0,455	0,605	0,773	1,029	1,767

Tableau I.- Agitation moyenne quadratique en fonction de K_R .

Il est particulièrement intéressant de montrer le flux d'énergie Fe^* dans un bassin avec des frontières parfaitement réfléchissantes (figure 3). La première observation d'importance est que le flux d'énergie vers les parois est nul ; ceci étant dû au fait que les parois sont incapables d'absorber de l'énergie. La deuxième observation est que le débit net d'énergie à travers l'accès est nul (l'énergie transmise vers l'intérieur du port sur les côtés de l'accès est compensée par une énergie transmise vers l'extérieur, laquelle se produit sur la partie centrale de l'accès). La troisième observation est que l'énergie circule autour des points amphidromiques et que les sens de la circulation sont inversés entre deux tourbillons d'énergie voisins ; les tourbillons d'énergie transmise forment des carrés ; chaque côté des carrés est égal à une demi-longueur d'onde.

Les simulations numériques de l'agitation ayant montré l'importance de la houle incidente et du coefficient de réflexion des parois, la suite de cette étude est axée vers la mesure directe de ces paramètres sur le terrain et en laboratoire.

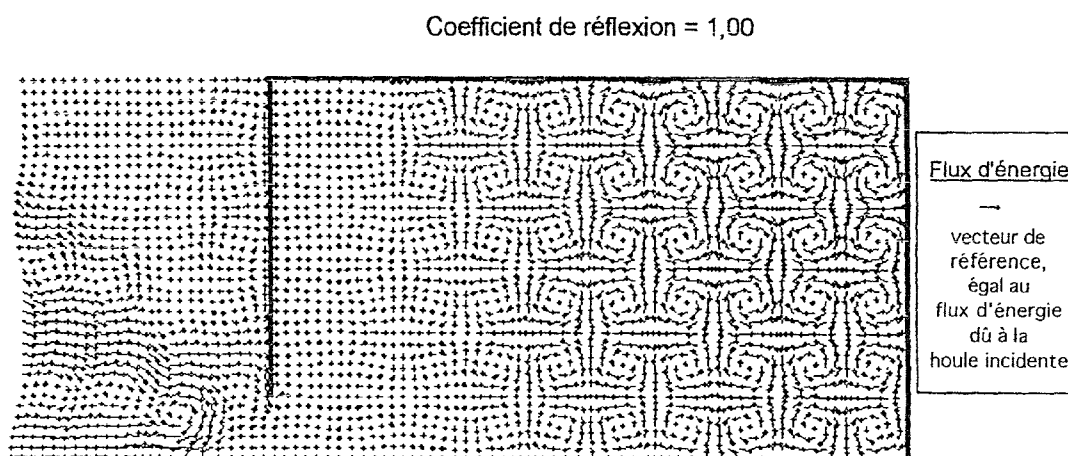


Fig. 3.- Distribution du flux d'énergie adimensionnel dans un bassin entouré de frontières parfaitement réfléchissantes.

3. Étude d'une houle progressive unidirectionnelle sur le terrain

Dans cette étude, une sonde capacitive a été conçue afin de mesurer la houle sur le terrain. Les principales caractéristiques de cette sonde sont :

Tension effective d'excitation = 4 V.

Fréquence du signal d'excitation = 50 kHz.

La sonde a été étalonnée en laboratoire (eau de mer). L'erreur maximale de la mesure a été évaluée à 0,04 m. Cette erreur concerne particulièrement les minima de la houle, les maxima étant presque parfaitement restitués. La fréquence d'échantillonnage des niveaux est gérée par ordinateur selon les besoins spécifiques de chaque étude.

Dans le but de mettre au point une méthodologie de mesure in situ de la direction de propagation de la houle et de son spectre d'énergie, une série d'essais sur le terrain a été réalisée. Trois sondes ont été mises en place formant un triangle selon la configuration de la figure 4. Le site d'étude est la pointe de Merquel, au sud de l'embouchure de la Vilaine, en Loire-Atlantique [4].

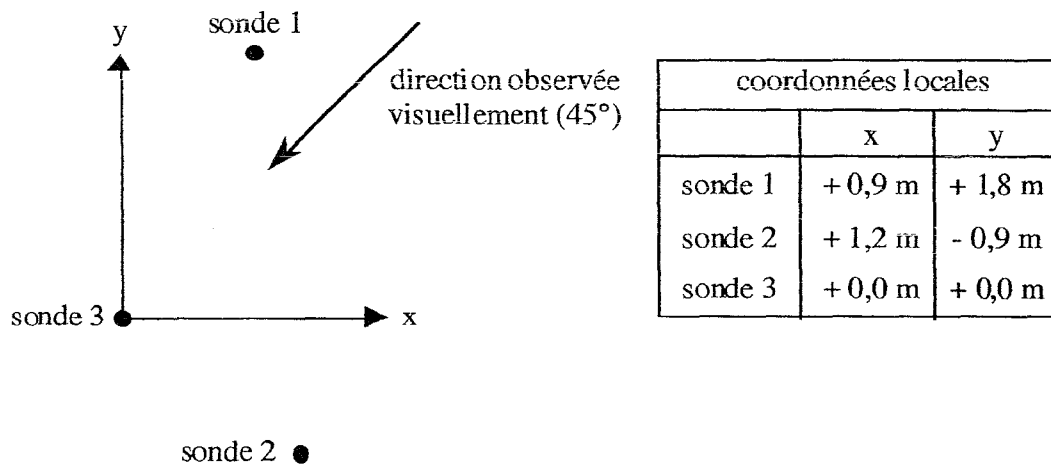


Fig. 4.- Emplacement des 3 sondes utilisées pour mesurer la direction d'une houle progressive unidirectionnelle.

L'enregistrement ici retenu comporte une séquence de 2400 mesures effectuées avec un pas de temps d'échantillonnage de 0,1 s (240 s de mesures). L'analyse spectrale du signal de la sonde 1 a permis de déterminer le moment $m_0=0,0049 \text{ m}^2$ et la fréquence pic du spectre $f_{\text{pic}}=0,09 \text{ Hz}$. Ces valeurs correspondent à une houle significative de hauteur $H_s=0,28 \text{ m}$ et de période $T_{f_{\text{pic}}}=11 \text{ s}$.

Afin de déterminer la direction moyenne de propagation de la houle on a évalué les coefficients des corrélations spatio-temporelles R par la formule suivante :

$$R(\eta_i \eta_j, \tau) = \frac{\overline{\eta_i(t) \eta_j(t+\tau)}}{\sqrt{\overline{\eta_i(0)^2} \overline{\eta_j(0)^2}}} \quad (10)$$

où $R(\eta_i \eta_j, \tau)$ est le coefficient de corrélation temporelle entre les sondes i et j , τ le paramètre temps, et $\eta_i(t)$ le niveau lié à la sonde i à l'instant t .

Si le maximum maximum de $R(\eta_i \eta_j, \tau)$ se présente en $\tau = T_{ij}$, avec $T_{ij} > 0$, c'est que la crête de la houle met en moyenne un temps T_{ij} pour aller de la sonde i vers la sonde j ; si $T_{ij} < 0$, cela veut dire que la houle se propage de j vers i . Enfin si $T_{ij} = 0$, la crête de la houle arrive en même temps aux sondes i et j .

La figure 5 montre les coefficients des corrélations croisées en fonction du paramètre τ , et le tableau II résume les temps que mettent en moyenne les crêtes de la houle pour aller d'une sonde à une autre. En connaissant les distances séparant les sondes, on peut déterminer les célérités d'onde selon trois directions. Ainsi, la direction de la houle est déterminée soit graphiquement, soit analytiquement à l'aide de relations trigonométriques élémentaires.

A partir des mesures sur le terrain on a déterminé une célérité d'onde de 6 m/s et une direction de la houle de 18° par rapport à l'axe Ox du repère local utilisé; cette valeur est à comparer avec une direction d'environ 45° observée visuellement lors de la campagne de mesures.

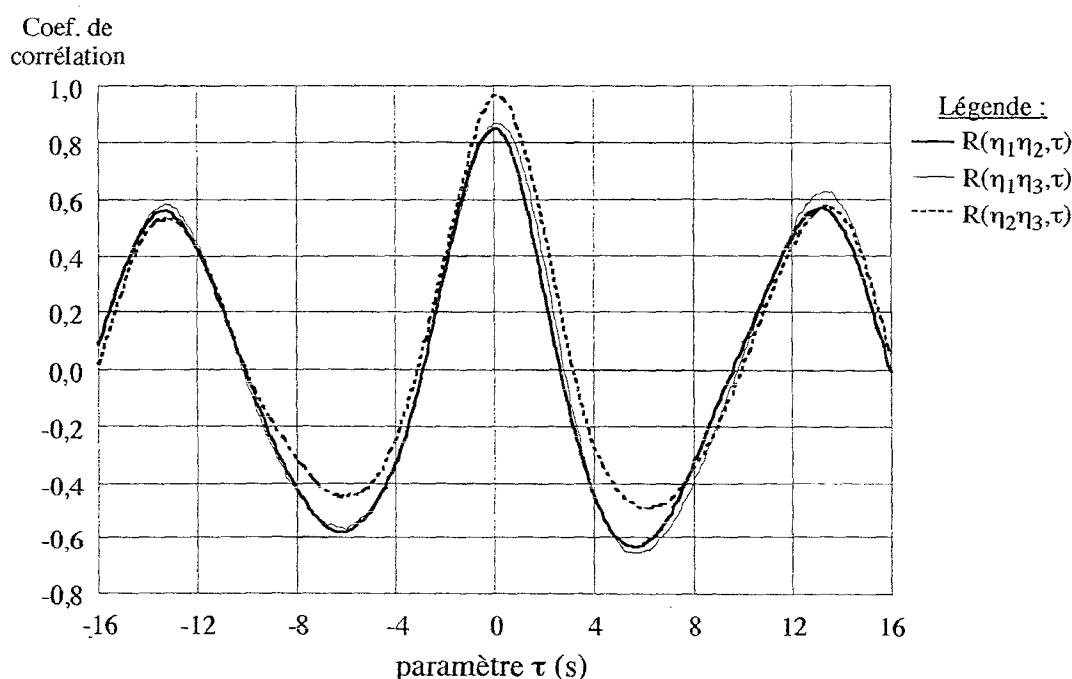


Fig. 5.- Coefficients des corrélations croisées en fonction du paramètre τ .

	vers la sonde 1	vers la sonde 2	vers la sonde 3
de la sonde 1	0,00 s	0,10 s	0,25 s
de la sonde 2	-0,10 s	0,00 s	0,15 s
de la sonde 3	-0,25 s	-0,15 s	0,00 s

Tableau II.- Temps moyen mis par les crêtes des vagues pour aller d'une sonde à une autre.

4. Mesure du coefficient de réflexion en canal en laboratoire

Lorsque l'on étudie une houle en canal en laboratoire sous condition de profondeur infinie (profondeur supérieure à une demi-longueur d'onde), on peut définir une fonction complexe pour décrire le mouvement bidimensionnel des particules en surface (observé grâce à un flotteur par exemple, figure 6) comme suit :

$$f(t) = \eta(t) + i \xi(t) \quad (11)$$

où η est la fonction du mouvement vertical (positive vers le haut), et ξ la fonction du mouvement horizontal (positive vers la droite).

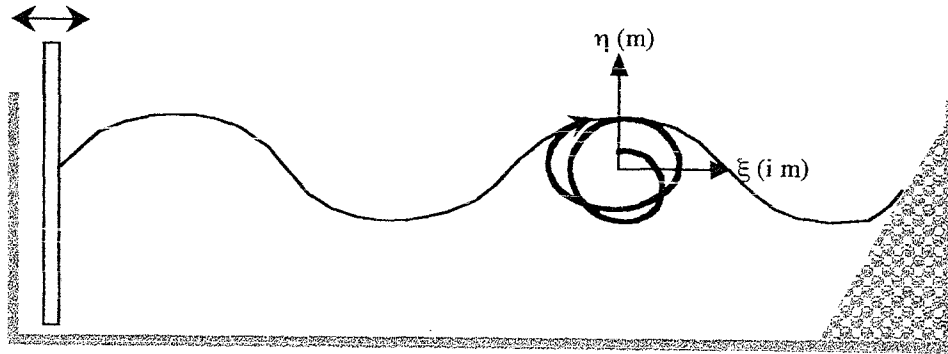


Fig. 6.- Suivi d'une particule d'eau en surface en canal en laboratoire.

Dans ce cas, les coefficients de Fourier de la fonction $f(t)$ des fréquences positives correspondent à un développement des orbites dans le sens des aiguilles d'une montre et donc, à une houle progressive qui avance vers la droite (figure 7a), tandis que les coefficients de Fourier des fréquences négatives correspondent à un développement des orbites dans le sens contraire des aiguilles d'une montre et alors, à une houle progressive qui avance vers la gauche (figure 7b).

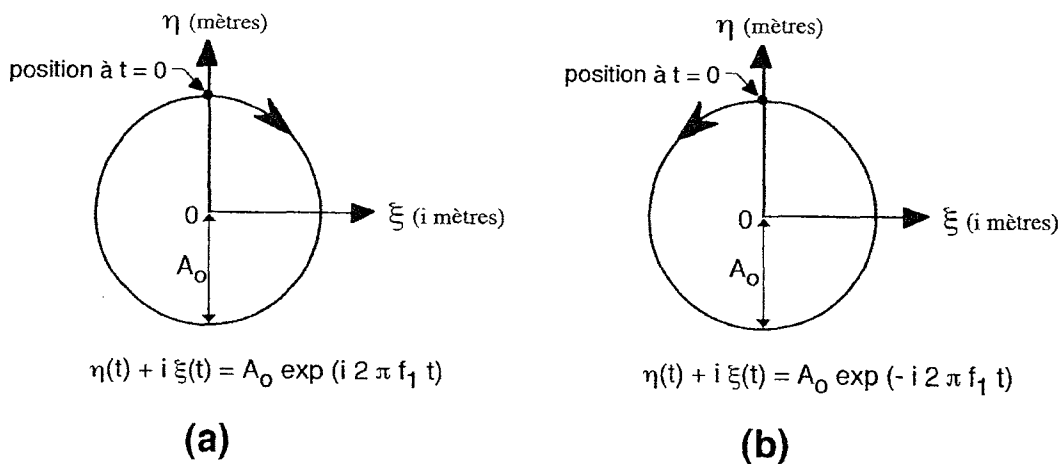


Fig. 7.- Orbites des particules d'eau en surface liées à une houle progressive d'amplitude d'onde A_o et de fréquence f_1 , sous conditions de profondeur infinie.

(a) Orbite liée à une houle avançant vers la droite.

(b) Orbite liée à une houle avançant vers la gauche.

La figure 8 montre la trajectoire d'un flotteur en surface observé en laboratoire à proximité d'une paroi réfléchissante [3]. Cette trajectoire est due à l'action d'une houle périodique de période fondamentale $T=2,05$ s, se propageant dans un canal de profondeur $d=0,25$ m.

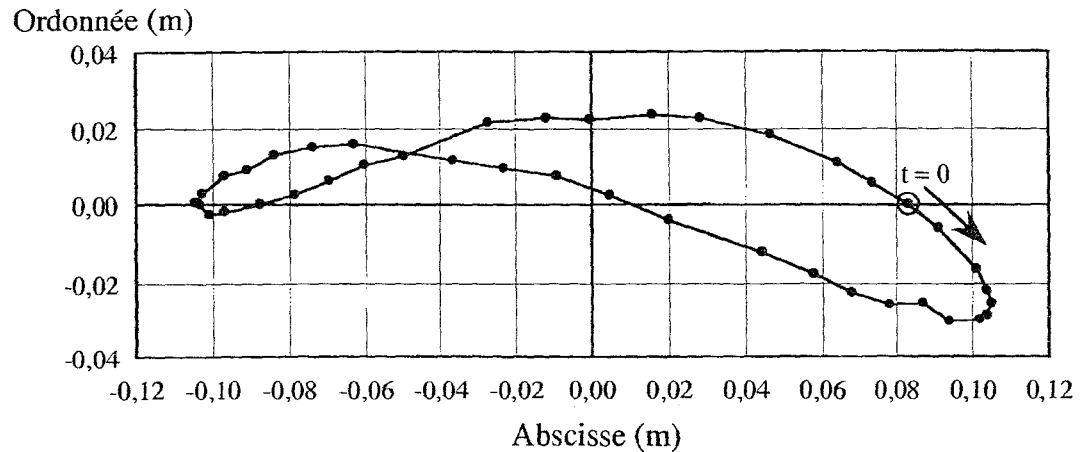


Fig. 8.- Trajectoire d'une particule en surface observée en laboratoire.

Les coefficients complexes de Fourier de la fonction $f(t)$ sont calculés grâce à l'expression suivante :

$$C_n = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-i 2 \pi n f_1 t} dt, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (12)$$

où f_1 est la fréquence associée à la période fondamentale ($f_1=1/T$). Les modules des coefficients de Fourier liés à la trajectoire de la figure 8, sont montrés à la figure 9. Enfin, la figure 10 montre les amplitudes liées à l'onde incidente et à l'onde réfléchie ; ces amplitudes tiennent compte de l'aplatissement des orbites dû à une profondeur finie dans le canal lors des mesures.

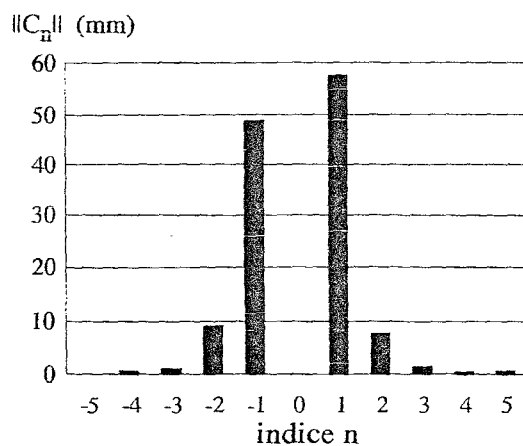


Fig. 9.- Coefficients de Fourier liés à la trajectoire montrée à la figure 8.

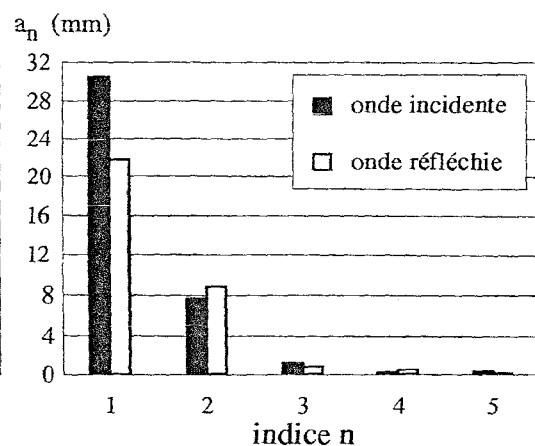


Fig. 10.- Amplitudes liées aux ondes incidente et réfléchie.

La figure 10 montre que les rapports des amplitudes de l'onde incidente sur celles de l'onde réfléchie ne sont pas les mêmes pour tout n , ce qui signifie qu'une houle incidente monochromatique peut engendrer à travers la réflexion, une houle comportant plusieurs harmoniques ayant la fréquence fondamentale de la houle incidente pour la première et ses multiples pour les autres.

Le coefficient de réflexion que l'on peut évaluer dépend de la définition que l'on donne à ce coefficient. Deux définitions sont envisageables :

$$\text{soit : } K_R = \frac{|a_{\text{onde réfléchie}}|}{|a_{\text{onde incidente}}|} = 0,71 \quad , \text{ soit : } K_R = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (a_{\text{onde réfléchie}})^2}{\sum_{i=1}^N (a_{\text{onde incidente}})^2}} = 0,75 .$$

La valeur de K_R à retenir est celle qui s'adapte le mieux au modèle utilisé pour simuler le phénomène de réflexion. En fait, la réalité de la réflexion est très complexe : à chaque spectre de houle incidente correspond un spectre de houle réfléchie. On peut penser que le lien entre ces deux spectres varie selon la structure réfléchissante, la houle incidente et la profondeur d'eau.

5. Conclusions

Des simulations numériques de propagation de la houle montrent le rôle prépondérant joué par K_R sur l'agitation globale dans un bassin rectangulaire ; un phénomène de résonance peut se présenter pour $K_R > 0,8$.

Cette étude montre qu'il est possible de mesurer la direction et le spectre d'énergie d'une houle progressive unidirectionnelle à l'aide de trois sondes capacitatives disposées en triangle ; on peut obtenir des mesures précises si le rapport de la distance séparant les sondes sur la longueur d'onde varie entre 0,05 et 0,15. Enfin, la méthode de mesure de K_R en canal en laboratoire ici présentée, montre l'importance de l'étude de l'élongation horizontale des particules d'eau, car seule, l'élongation verticale ne suffit pas pour caractériser une houle à proximité d'une paroi réfléchissante.

6. Références bibliographiques

- [1] Berkhoff, J.C.W., "Mathematical models for simple harmonic water wave diffraction and refraction", Delft Hydraulics Lab., Rep. 168, 1976.
- [2] Isaacson, M. and S. Qu, "Waves in a harbour with partially reflecting boundaries", Coastal Engineering, Elsevier, Vol. 14, n° 3, 1990, pp 193-214.
- [3] Le Moal, M., Mesure indirecte du coefficient de réflexion, mémoire de DEA, université de Nantes, 1996, 33 p.
- [4] Marichy et Pihet, Étude d'un houlgraphe directionnel, Projet de fin d'études, École Navale promotion 1995, Le Poulmic, 1997, 56 p.
- [5] Pos, J.D. and F.A. Kilner, "Breakwater gap wave diffraction : an experimental and numerical study", ASCE, J. Waterw. Harbours, Coastal Ocean Eng., 113 (1), 1987, pp 1-21.
- [6] Shore Protection Manual, Coastal Engineering Research Center, U.S. Army Corps of Engineers, Vicksburg, Miss., 1984.