Solution linéaire au problème de la propagation de l'onde solitaire à travers une structure submergée perméable.

Ma. Cristina Garcia-Govea
Doctorante, Université du Havre, Groupe de Recherche en Génie Civil, Quai Frissard BP.265, 76055 Le Havre, France.

Rodolfo Silva-Casarin
Docteur et chercheur, Instituto de Ingenieria, UNAM, Cd. Universitaria, Apto. Postal 70-472, 04510, Mexico D.F., Mexique.

Daniel Levacher
Professeur, Université du Havre, Groupe de Recherche en Génie Civil, Quai Frissard BP.265, 76055 Le Havre, France.

Résumé

Cet article concerne l'étude de l'onde solitaire. Il décrit la méthodologie à suivre pour déduire son équation, en appliquant l'analyse de Fourier qui permet de trouver une solution à une fonction non-linéaire comme l'équation de Boussinesq. Cette équation décrit le profil de l'onde solitaire.

Ce travail présente une étude de la propagation de l'onde solitaire à travers un milieu poreux pour connaître les effets de la réflexion, la transmission et la dissipation de l'onde. Nous avons fait la comparaison des résultats des coefficients de réflexion et transmission théoriques et expérimentaux. Nous avons utilisé un modèle numérique pour déterminer la transformation de l'onde solitaire à travers une digue de section variable. Dans le modèle nous avons fait varier différents paramètres telles que la porosité, la largeur relative, la profondeur relative et l'amplitude relative.

1. Introduction

L'onde solitaire ou tsunami (mot adopté du japonais par la communauté scientifique pour designer ce phénomène) est une onde générée par un séisme sous la mer ou par un grand déplacement d'eau provoqué par un phénomène comme un glissement de sol sous-marin. L'onde solitaire est une onde de translation relative de masses d'eau.

Les premières études empiriques sur les ondes solitaires ont été faites par Russell (1838). Les premières recherches théoriques ont été faites par Boussinesq (1872), Rayleigh (1876), Mc Cowan (1891) et puis par Patterson (1940), Keulegan (1948), Iwasa (1955) et Laitone (1963). L'apport théorique le plus important est celui de Boussinesq (1872).

L'onde solitaire est définie par deux paramètres: la profondeur de la mer et la hauteur de l'onde. L'onde solitaire est un cas particulier de l'onde cnoïdale, où l'intégrale elliptique de premier ordre et le cosinus elliptique jacobien sont réduits à une sécante hyperbolique.

Les tsunamis sont des phénomènes qui causent beaucoup de dégâts et dommages tant en point de vue humain et économique pour un pays. Il existe un réseau international de surveillance qui enregistre les mesures du niveau de la mer. Dans le cadre de ce réseau se trouvent l'Université de Hawaii, l'UNESCO, le réseau de stations marégraphiques dont l'expérience mondiale est reconnue sur la circulation des océans et le système d'alerte de tsunamis de l'océan Pacifique (PTWC). Ces organismes sont concernés par la recherche mondiale de tsunamis. Dans le tableau 1 figurent les principaux tsunamis enregistrés de 1992 à 1996 par ces organismes.

Localisation	Année	Profondeur de l'épicentre (m)	Surélévation maximale de la de la mer. (m)	Morts
Cap Mendocino	1992	15	1,0	0
Ile Santa Cruz	1992	19	petite	0
Sanriku	1992	29	0,5	0
Nicaragua	1992	45	10,0	170
Ile Flores	1992	28	26,0	1000
Kamchatka	1993	71	0,1	0
Hokkaido	1993	17	30,0	200
Guam	1993	59	1,0	0
Java	1994	18	14,0	220
Cap Mendocino	1994	10	0,1	0
Kurils(Shikotan)	1994	33	10,0	0
Kurils (réplique)	1994	23	0,2	0
Ile Mindoro	1994	33	7,0	70
Sanriku, Japon	1994	33	1,0	0
Jalisco Mexique	1995	30	11,0	1
Palu, Indonésie	1996	39	4,0	24
Biak, Indonésie	1996	39	8,0	53

Tableau 1. Résumé des tsunamis enregistrés entre 1992-1996.

2. Equation de l'onde solitaire

L'onde solitaire est un cas particulier de l'onde cnoïdale, on peut l'obtenir quand la période de l'onde $T \rightarrow \infty$; cette dernière considération implique que la longueur de l'onde (L) et le nombre d'Ursell (U), tendent aussi vers l'infini. Pour

déduire l'équation qui détermine le profil de l'onde solitaire on doit d'abord développer l'équation de l'onde cnoïdale. L'équation de l'onde cnoïdale est calculée en utilisant les équations de base sur la continuité (2,1) et sur la conservation de la quantité de mouvement (2,2).

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \qquad (2,1)$$

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\vec{grad}\, p + \rho\ \vec{g} + \vec{forces\ de\ viscosité} \qquad (2,2)$$

avec:
ρ = la densité du fluide
v = le vecteur vitesse
p = la pression
g = la gravité
t = le temps

Si le flux est irrotationnel, un scalaire ϕ nommé potentiel de vitesses peut être défini pour chaque point du flux. L'équation (2,1) en termes du potentiel de vitesses ϕ devient l'équation de Laplace (2,3).

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad \text{ou} \quad \nabla^2 \phi = 0 \qquad (2,3)$$

Après avoir déterminé le potentiel de vitesses ϕ, la pression peut se déduire à partir de l'équation de Bernoulli (2,4)

$$gz + \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2}(u^2 + w^2) + \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \qquad (2,4)$$

Lorsque nous avons déjà déduit les équations précédentes, on peut alors calculer l'équation de l'onde longue sur un fond horizontal, cette dernière équation a été développée par Boussinesq. A partir de l'équation de Boussinesq on peut déterminer l'équation de Korteweg de Vries (KdV), laquelle permet la dérivation de la solution de l'équation de l'onde cnoïdale. Si on considère dans l'équation de l'onde cnoïdale que la période (T), la longueur de l'onde (L) et le nombre d'Ursell (U) tendent vers l'infini, on obtient l'équation de l'onde solitaire (2,5).

$$\eta = H \sec h^2 \left[\sqrt{\frac{4H}{4h^3}} (ct - x) \right] \qquad (2,5)$$

avec:
η = l'élévation de la surface libre

H = l'amplitude de l'onde incidente
h = la profondeur de l'eau
c = la célérité.

Finalement l'onde solitaire peut se représenter graphiquement selon la figure 1.

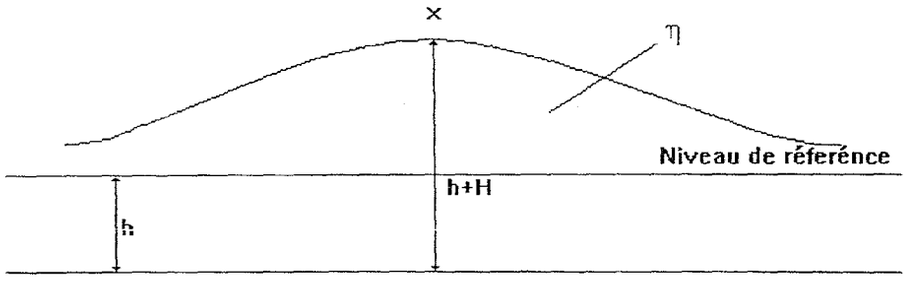

Figure 1 Présentation graphique de l'onde solitaire

3. Application de l'analyse de Fourier à l'équation de l'onde solitaire

L'analyse de Fourier est une méthode qui permet de donner la solution d'une fonction non-linéaire comme l'équation de Boussinesq. Cette équation décrit le profil de l'onde solitaire en utilisant une série infinie de termes trigonométriques lesquels se résolvent comme un ensemble d'équations linéaires.

En appliquant l'analyse de Fourier à l'équation de l'onde solitaire on obtient ses composantes harmoniques en utilisant la transformée de Fourier (3,1).

$$F(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, e^{-ikx}\, dx \qquad (3,1)$$

Ces harmoniques sont considérées comme des ondes sinusoïdales lesquelles se multiplient aux amplitudes complexes. Au produit de cette multiplication s'applique la transformée inverse de Fourier (3,2) et sont obtenus les coefficients de réflexion (R) et transmission (T).

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(k)\, e^{ikx}\, dx \qquad (3,2)$$

4. Transformation de la houle sur une digue poreuse submergée

4.1 Application de la méthode utilisée

Un modèle numérique développé par Silva (1995) a été utilisé. Ce modèle détermine la transformation de la houle sur une digue poreuse submergée de paroi verticale et pour une bathymétrie proposée. Pour ce modèle s'applique la théorie de la pente douce et la transformée inverse de Fourier pour l'obtention des coefficients de réflexion et de transmission. Dans une première partie de ce travail, nous avons fait varier la longueur de l'onde pour l'obtention des profils des ondes solitaires,

transmise et réfléchie. Dans une deuxième partie, nous avons fait varier différents facteurs tels que la porosité, la largeur relative (b/l), la profondeur relative (a/h) et l'amplitude relative, pour connaître les effets produits sur les coefficients de réflexion et de transmission.

Nous considérons une relation $\frac{L}{l} = 1,...4$ et $\frac{h_1}{h_2} = 3$, $\frac{H}{h_1} = 0,1$ et $l = 1,5\sqrt{\frac{h_1^3}{H_1}}$ où h_1 et h_2 sont respectivement les profondeurs, la plus grande et la plus petite, L= la longueur de l'onde incidente et l= la longueur définie par Hammack. A partir de ces données nous proposons une bathymétrie pour chaque cas de L/l (voir figure 2). Pour cette relation nous considérons trois longueurs d'onde L=150 cm, L=300 cm et L=450 cm. En appliquant la méthode proposée, on obtient les coefficients de réflexion et transmission pour chaque valeur de L/l. Voir tableau 2.

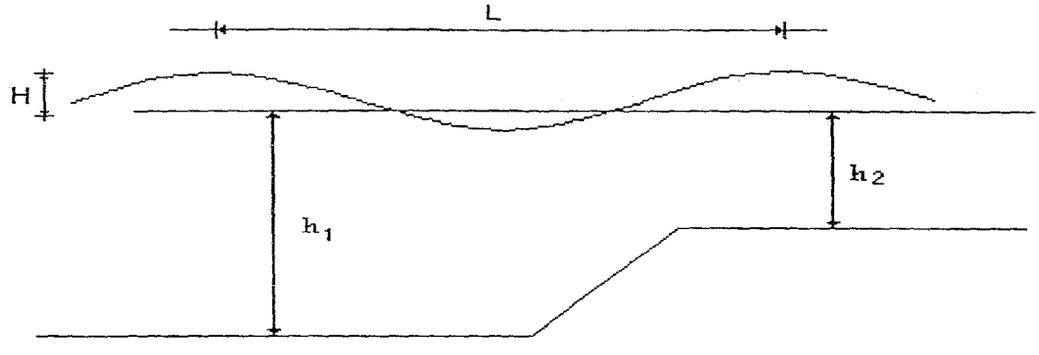

Figure 2. Schéma de la méthode proposée.

Dans le tableau 2, nous pouvons observer que les coefficients de réflexion obtenus pour L=150 cm, L=300 cm et L=450 cm en fonction de L/l sont relativement stables pour les trois valeurs. Nous avons fait une moyenne des trois valeurs pour les comparer avec celles obtenues par Goring (1978). Goring a étudié en laboratoire les coefficients de réflexion sur une digue poreuse submergée.

En 1978, Goring a fait la comparaison de ses résultats expérimentaux et théoriques. Pour valider ses résultats expérimentaux, Goring a obtenu les coefficients de réflexion théoriques en appliquant la théorie linéaire non-dispersive et la théorie non-linéaire dispersive et il vérifie qu'il y a un bon accord entre eux.
La figure 3 présente la comparaison des coefficients de réflexion obtenus par la méthode proposée avec ceux de Goring. Nous constatons un très bon accord des résultats.

Les figures 4, 5 et 6 montrent les relations des hauteurs des ondes solitaires, réfléchies et transmises pour L=150 cm, L=300 cm et L=450cm. Nous observons que dans les trois figures la hauteur de l'onde transmise est plus grande que les hauteurs de

l'onde solitaire et l'onde réfléchie. Cet effet indique que l'onde incidente augmente sa hauteur au moment de l'interaction sur la structure. Cette augmentation de l'onde transmise est due à l'effet de shoaling.

L/l	Coefficients de réflexion (Kr)			Coefficients de transmission (Kt)		
	L=150 cm	L=300cm	L=450 cm	L=150 cm	L=300cm	L=450 cm
1,00	0,150	0,146	0,143	1,163	1,181	1,171
1,20	0,135	0,131	0,128	1,148	1,183	1,179
1,40	0,135	0,119	0,116	1,124	1,179	1,183
1,60	0,112	0,109	0,107	1,112	1,177	1,185
1,80	0,104	0,098	0,099	1,091	1,171	1,185
2,00	0,097	0,095	0,093	1,072	1,164	1,183
2,20	0,091	0,091	0,087	1,051	1,155	1,180
2,40	0,085	0,084	0,081	1,030	1,145	1,175
2,60	0,080	0,079	0,077	1,008	1,137	1,171
2,80	0,075	0,075	0,073	0,988	1,123	1,166
3,00	0,071	0,071	0,069	0,967	1,111	1,159
3,20	0,067	0,068	0,066	0,945	1,099	1,152
3,40	0,063	0,065	0,063	0,925	1,089	1,144
3,60	0,060	0,062	0,060	0,904	1,075	1,137
3,80	0,058	0,059	0,058	0,885	1,063	1,129
4,00	0,055	0,057	0,056	0,868	1,050	1,120

Tableau 2.Coefficients de réflexion et transmission pour L=150cm 300cm et 450 cm

4.2 Variation de différents paramètres

La deuxième application de la méthode consiste à faire varier les paramètres suivants pour connaître le comportement des coefficients de réflexion et transmission.

4.2.1 Cas 1: variation du coefficient de frottement

En appliquant la méthode proposée, nous considérons une bathymétrie, laquelle décrit le profil de la structure. Les paramètres de profondeur de l'eau h=0,95 m, l'amplitude de l'onde incidente H=0,095 m, la période T=0,25 sec et la porosité ε=0,5 sont considérés comme constants. La figure 7 présente graphiquement les résultats obtenus en fonction de la variation du coefficient de frottement. Au fur et à mesure que le coefficient de frottement augmente, le coefficient de réflexion augmente, alors que le coefficient de transmission diminue.

4.2.2 Cas 2: variation de la porosité

En appliquant la méthode proposée, nous considérons une bathymétrie laquelle décrit le profil de la digue. Les paramètres de profondeur de l'eau h=0,95m, l'amplitude de l'onde incidente H=0,095m, la période T=0,25 sec et le coefficient de frottement f=1 sont considérés comme constants. La figure 8 montre graphiquement les résultats obtenus en fonction de la variation de la porosité. Au fur et à mesure que la porosité augmente, le coefficient de réflexion diminue, alors que le coefficient de transmission présente un comportement presque constant.

4.2.3 Cas 3: variation de la largeur relative (b/l)

Pour l'obtention de différentes largeurs de crête nous avons changé la bathymétrie proposée en considérant toujours constante la hauteur de la digue a=0,80m, mais en faisant varier la largeur «b» de la structure pour chaque cas. Les paramètres tels que la longueur de Hammack l=4.506 m, la profondeur de l'eau h=0,95m, l'amplitude de l'onde incidente H=0,095m, la période T=0,25 sec, le coefficient de frottement f=1 et la porosité ε=0,5 sont considérés comme constants. La figure 9 donne les résultats obtenus pour ce cas. A fur et à mesure que la largeur de la digue augmente, le coefficient de réflexion augmente, alors que le coefficient de transmission diminue.

4.2.4 Cas 4: variation de la profondeur relative (a/h)

Pour l'obtention de différentes hauteurs de la digue nous avons changé la bathymétrie en considérant toujours constante la largeur de la digue b=1,5 m, mais en changeant la hauteur de la digue « a ». Les paramètres tels que la profondeur de l'eau h=0,95m, l'amplitude de l'onde incidente H=0,095m, la période T=0,25 sec, le coefficient de frottement f=1 et la porosité ε= 0,5 sont constants. La figure 10 montre que si la hauteur de la digue augmente, le coefficient de réflexion augmente, alors que le coefficient de transmission diminue.

4.2.5 Cas 5: variation de l'amplitude relative H/h

Nous considérons une même bathymétrie pour tous les essais. Les paramètres de profondeur de l'eau h=0,095m, le coefficient de frottement f=1, la période T=0,25sec et la porosité ε=0,5 sont constants. La figure 11 révèle que si l'amplitude de l'onde incidente H augmente, le coefficient de réflexion et le coefficient de transmission diminuent.

5. Conclusions

Cette étude nous a permis d'analyser les profils des ondes solitaires incidentes, des ondes transmises et des ondes réfléchies pour différents cas proposés. La comparaison des résultats obtenus par la méthode proposée et ceux calculés par Goring a permis de la valider.

Nous avons analysé l'interaction de la houle sur une digue de section variable. Nous avons étudié la variation des coefficients de réflexion et transmission en fonction de différents paramètres tels que le coefficient de frottement, la porosité, la largeur relative, la profondeur relative et l'amplitude relative.

6. Références

BOUSSINESQ M. J. (1871) « Théorie de l'intumescence liquide, appelée onde solitaire ou de translation se propageant dans un canal rectangulaire » Acad. Sci, Paris

DAILY W. Jaime (1981) « Dinamica de fluidos », editorial Trillas, México D.F.

DALRYMPLE R, LIEU (1978) « Waves over soft muds: a two layers fluid model », Journal of Physical Oceanography, USA.

DALRYMPLE, LOSADA et MARTIN (1991) « Reflection and transmission from porous structures under oblique wave attack », Journal of Fluid Mechanics, USA.

GORING D.G. (1978) « The propagation of long waves onto a self, Laboratory of Hydraulics and water resources », California Institute of Technology.

HAMMACK J.L and SEGUR H. (1974) « The Korteweg-de Vries equation and water waves part 2, comparison with experiments ». J. Fluids Mech. 65.

LOSADA, DALRYMPLE (1993) « Water waves on crown breakwaters », Journal of Waterways, Ports, Coastal OC, Div. ASCE.

MEDINA (1988), « Sobre la transformacion de ondas solitarias: Propagacion en un escalon y en medio poroso » (tesis doctoral) E.T.S.I.C.C.P. de Santander, Espagne.

NEWLAND (1983), « Vibraciones aleatorias y analisis espectral », Editorial A.C. Madrid, Espagne.

RAYLEIGH L. (1876) « On waves », Phil. Mag. 1.

RUSSELL Scott (1844) « Report on waves », Brit. Assoc. Adv. Sci. Rep., 14 th Mtg. York, London.

SILVA (1995) « Tesis doctoral transformacion del oleaje debido a obras de defensa de litoral », Universidad de Cantabria, Espagne.

SILVA (1992) « Tesina Estudio de la propagacion de una onda solitaria en un medio poroso », Universidad de Cantabria, Espagne.

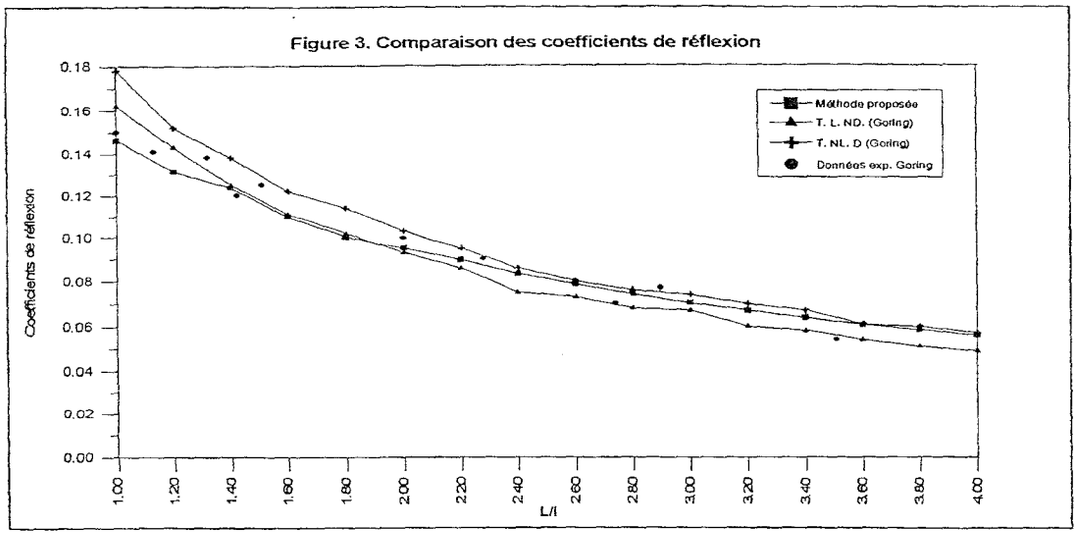
Figure 3. Comparaison des coefficients de réflexion
Coefficients de réflexion
L/l
Méthode proposée
T. L. ND. (Goring)
T. NL. D (Goring)
Données exp. Goring

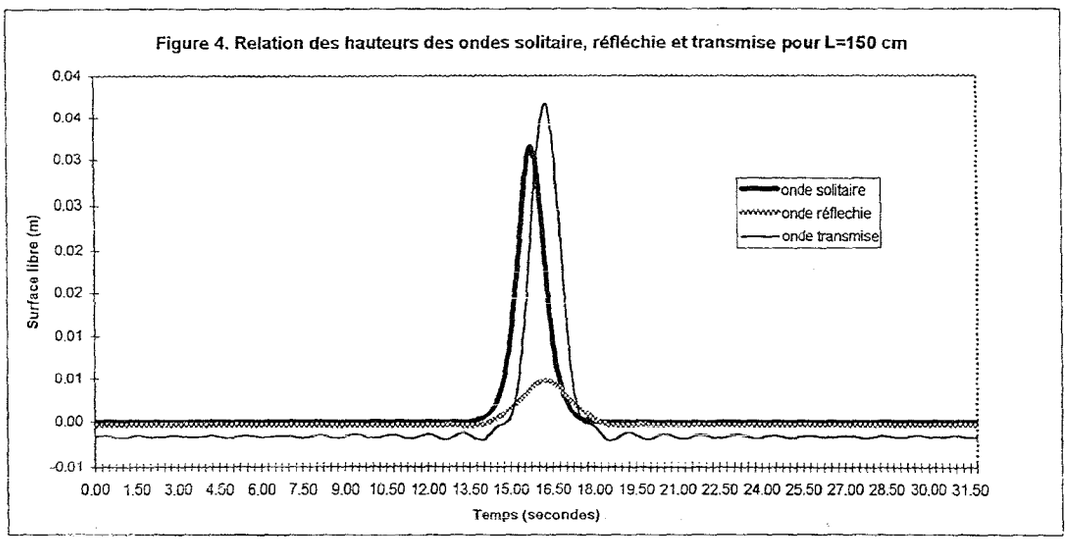
Figure 4. Relation des hauteurs des ondes solitaire, réfléchie et transmise pour L=150 cm
Surface libre (m)
Temps (secondes)
onde solitaire
onde réflechie
onde transmise

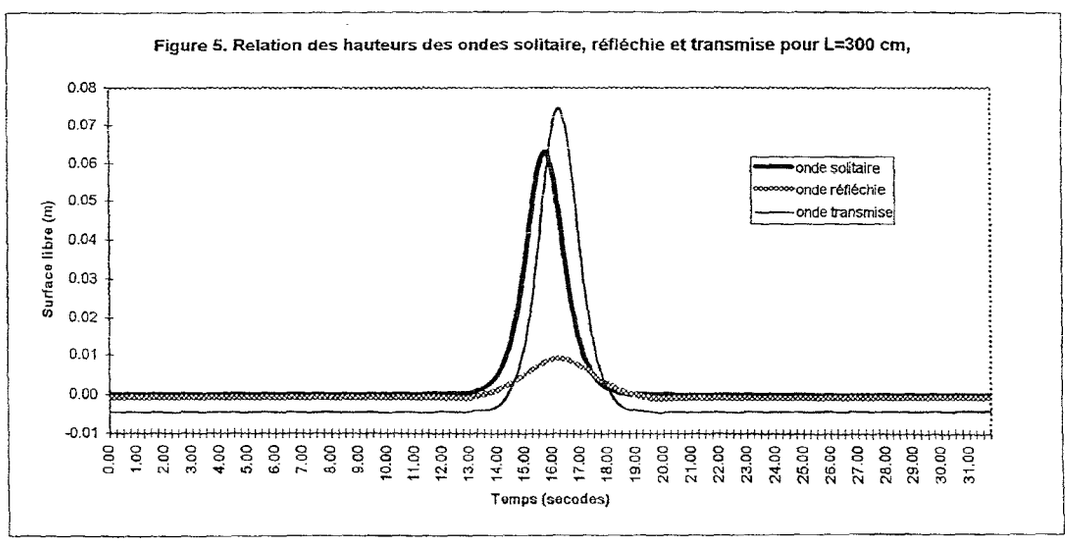
Figure 5. Relation des hauteurs des ondes solitaire, réfléchie et transmise pour L=300 cm,
Surface libre (m)
Temps (secodes)
onde solitaire
onde réfléchie
onde transmise

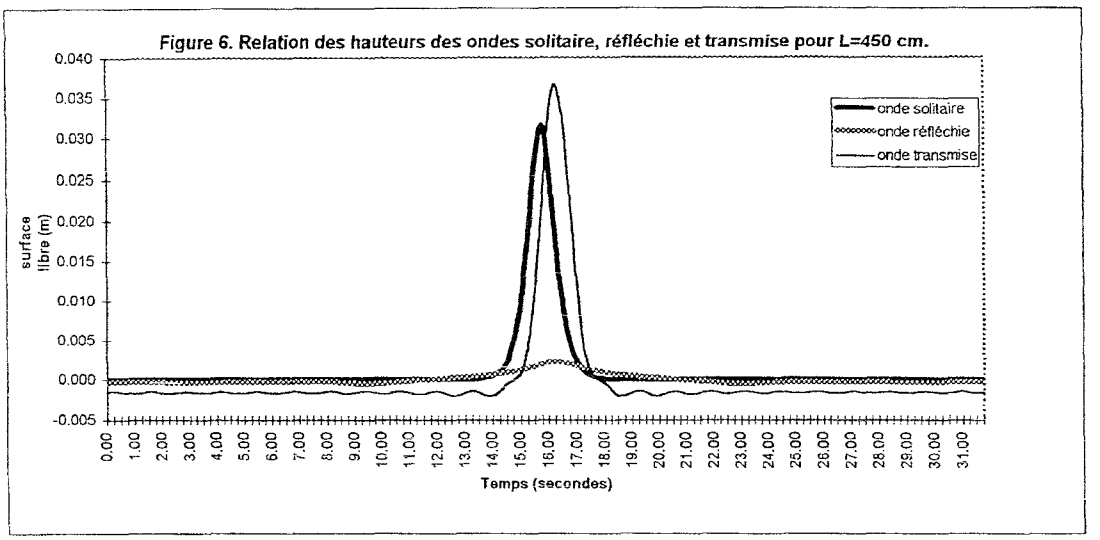
Figure 6. Relation des hauteurs des ondes solitaire, réfléchie et transmise pour L=450 cm.
surface libre (m)
Temps (secondes)
onde solitaire
onde réfléchie
onde transmise

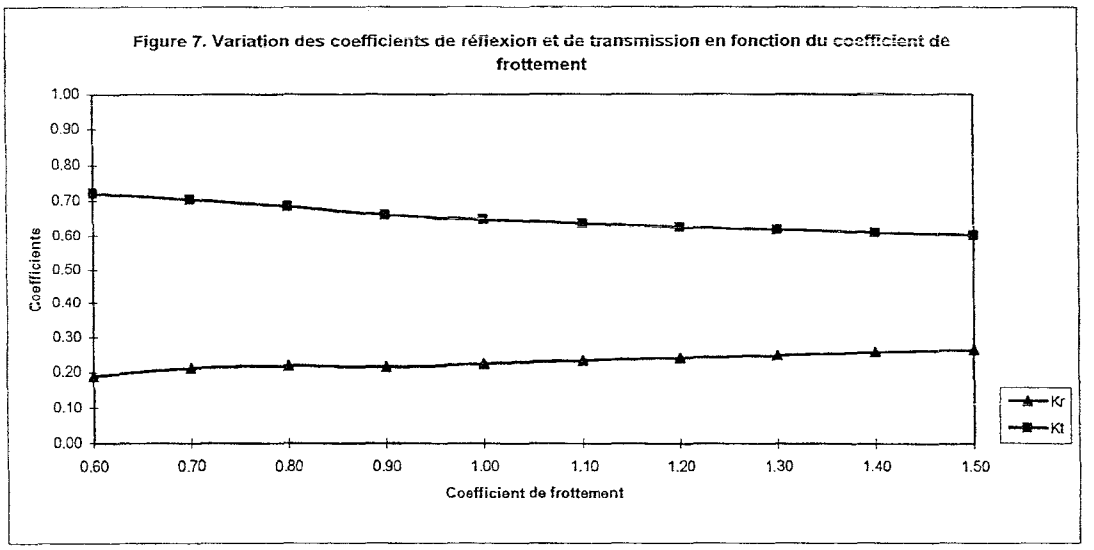
Figure 7. Variation des coefficients de réflexion et de transmission en fonction du coefficient de frottement
Coefficients
Coefficient de frottement
Kr
Kt

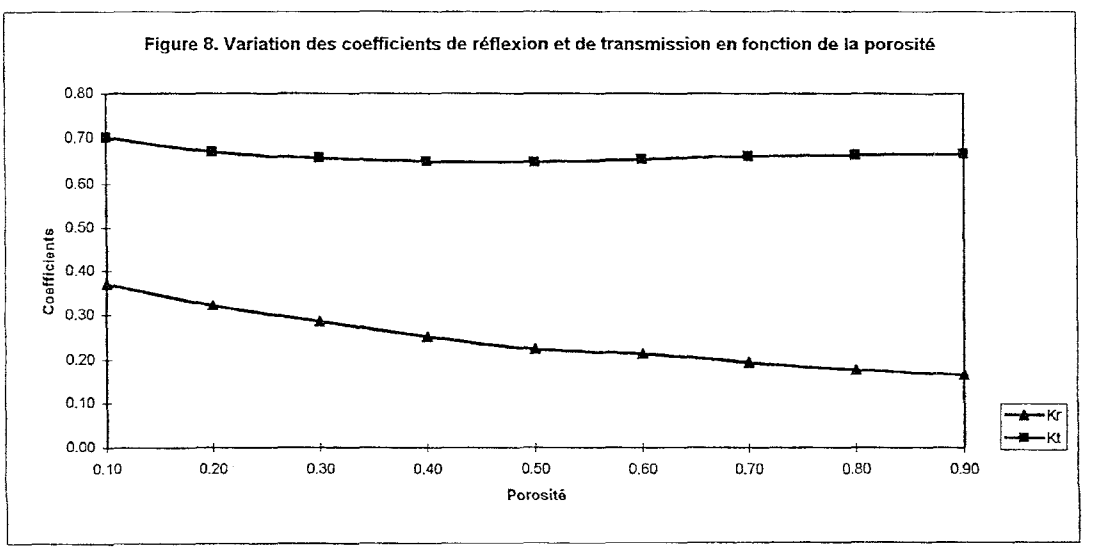
Figure 8. Variation des coefficients de réflexion et de transmission en fonction de la porosité
Coefficients
Porosité
Kr
Kt

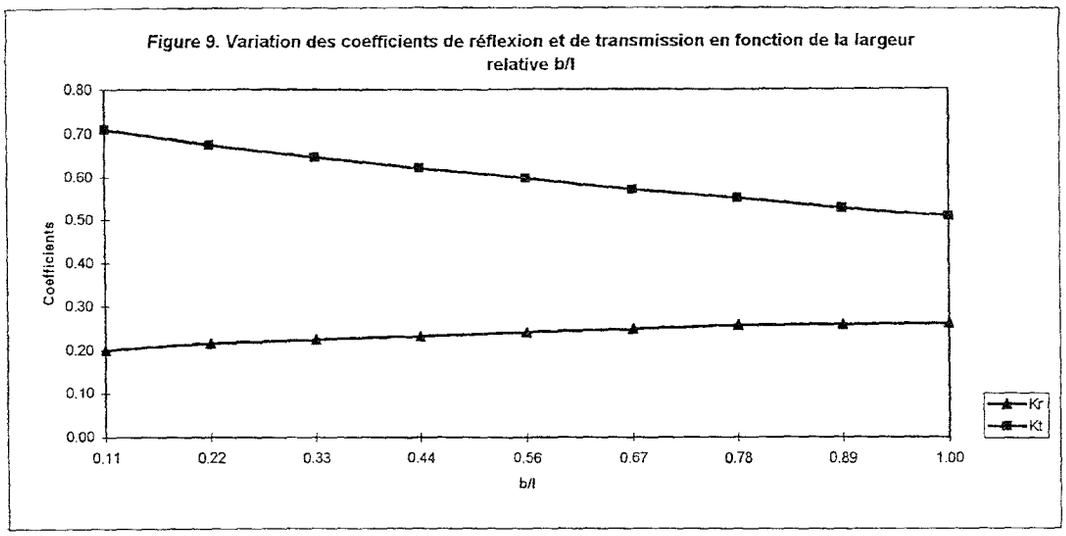

Figure 9. Variation des coefficients de réflexion et de transmission en fonction de la largeur relative b/l

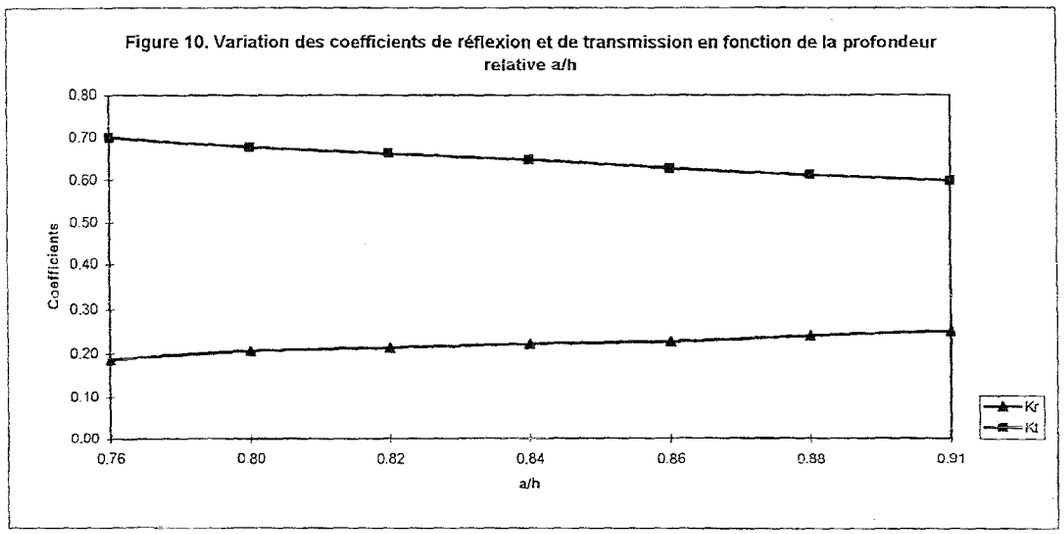

Figure 10. Variation des coefficients de réflexion et de transmission en fonction de la profondeur relative a/h

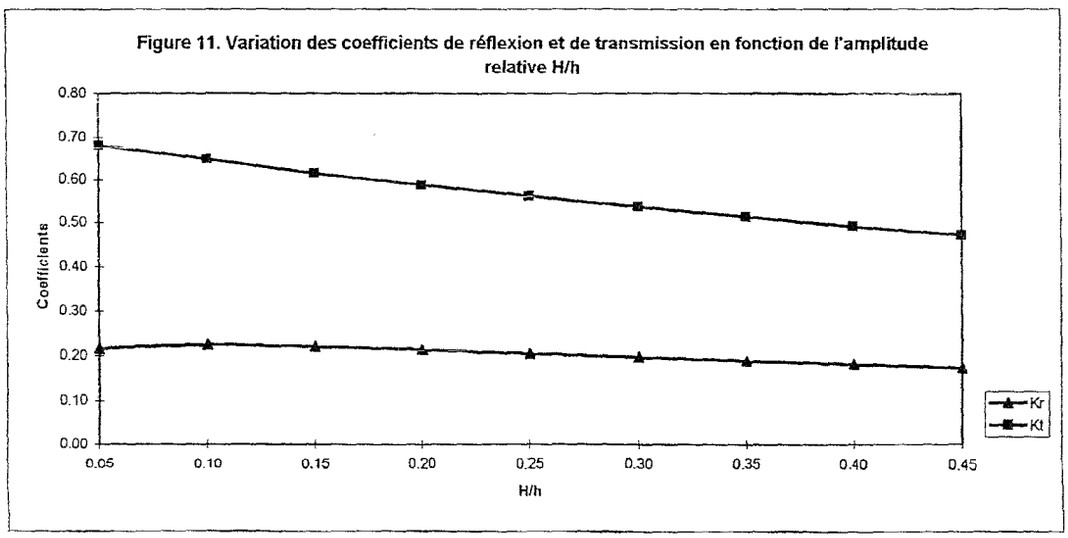

Figure 11. Variation des coefficients de réflexion et de transmission en fonction de l'amplitude relative H/h