



MESURE DE DIAMETRE DE PARTICULES PAR DETECTION D'EXTREMUMS

E. VASSELIN ⁽¹⁾ et M. BELORGEY ⁽²⁾

⁽¹⁾ Laboratoire d'Analyse et de Commande des Systèmes, Université du Havre-IUT,
Place Robert-Schuman, 76610 Le Havre, France.

⁽²⁾ Laboratoire de Mécanique des Fluides, Université du Havre, quai Frissard, BP 265, 76055 Le Havre Cedex, France.

ABSTRACT

Particle diameter was studied with Mie theory, Mie simulations have been developed on micro-computer. We have created a program which plots the extrema number of the scattered light intensity from Mie theory as a function of particle diameter and we discovered a bi-univocal relation between this extrema number and the particle diameter. We have built a specific instrumentation to validate this relation experimentally. The system is based on the measurement of the scattering light on an angular section. This measurement is made by means of a linear CCD sensor that registers the light scattered by small glass particles. The particles are illuminated with a laser beam and the sensor converts angular fluctuations of the light scattered to an electronic signal with amplitude variations. This signal is sampled and recorded on a micro-computer. We obtain the extrema number of the electronic signal generated by the sensor by two possible ways, firstly with a numerical filtration on this signal and counting the extrema number after numerical differentiation, and secondly with in a FFT of the raw signal in order to find the characteristic frequency and then retrieve the extrema number. The use of extrema number is an original and robust method with a lot of interests and perspectives and it is one of the few methods which analyses the shape of the scattered light. We have named this procedure the Extrema Detection method (EXDET method).

INTRODUCTION

Les éléments de connaissance granulométrique sont importants tant dans le domaine industriel que dans le domaine de la recherche et du développement. De nombreuses techniques de mesure permettent d'obtenir des informations sur les particules (vitesse, taille, concentration, forme ...). Néanmoins, à chaque fois que ces particules se trouvent dans un écoulement fluide, il devient intéressant d'arriver à ces informations d'une manière non perturbatrice c'est-à-dire "non intrusive". L'utilisation de la lumière répond, dans la majorité des situations, à ce critère et son application à l'analyse granulométrique a été abondamment étudiée (Bohren and Huffman[1], Kerker[5], Van de Hulst [7]). Toutefois de nombreuses techniques de mesures font appel à des théories d'approximation telles Rayleigh, Rayleigh-Gans ou Rayleigh-Debye ou plus souvent encore diffraction de Fraunhofer. Toutes ces méthodes ont bien entendu des limitations (taille de la particule par rapport à la longueur d'onde incidente, étendue de mesure, concentration, hypothèse de distributions prédéfinies etc.) même si des développements récents proposent des améliorations aux méthodes les plus utilisées en

particulier pour la diffraction de Fraunhofer (Hamelin[4], Kouzelis[6]).

Une solution au problème de diffusion d'une onde électromagnétique par une particule sphérique a été obtenue pour une onde plane par intégration des équations de Maxwell par Lorentz (1890) et Mie (1908) des travaux récents ont généralisé cette solution à d'autres types d'ondes (Gouesbet et Grehan[3]) et plusieurs développements ont permis de réaliser des appareils utilisant directement la théorie de Mie (Corbin[2]).

De ces bases, nous avons mis au point une nouvelle méthode de mesure granulométrique utilisant la théorie de diffusion de Mie.

1. DETECTION D'EXTREMUMS

On considère une particule de forme arbitraire éclairée par une onde plane. La direction de propagation de la lumière incidente est définie par l'axe z. Le centre de la particule se superpose à l'origine d'un repère (Oxyz). La direction de diffusion (définie par l'angle de diffusion θ et l'azimut ϕ et la direction de propagation de l'onde incidente définissent un plan appelé *plan de diffusion* par rapport auquel sont décomposées les différentes ondes.

$$\begin{pmatrix} E_{\downarrow\downarrow\text{dif}} \\ E_{\pm\text{dif}} \end{pmatrix} = \frac{e^{-ik(r-z)}}{ikr} \begin{pmatrix} S_2 & S_3 \\ S_4 & S_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{\downarrow\downarrow\text{dif}} \\ E_{\pm\text{dif}} \end{pmatrix}$$

La matrice [S] est appelée matrice de diffusion et ses éléments S_j sont, dans le cas général, des fonctions complexes des angles θ (angle de diffusion) et ϕ (azimut du point d'observation). On peut écrire :

$$I_{\text{dif}}(r, \theta, \phi) = \frac{f(\theta, \phi)}{k^2 r^2} I_0$$

où $f(\theta, \phi)$ est la fonction de diffusion qui s'explique alors avec les éléments de la matrice [S].

La solution du problème de diffusion d'une onde électromagnétique obtenue par Lorenz et Mie plus connue sous le nom de *théorie de Mie* concerne la diffusion d'une onde plane, monochromatique par une particule sphérique, isotrope, homogène et non-magnétique. Le résultat final est donné dans le formalisme de Kerker, l'un des formalismes les plus employés pour cette théorie. Dans le champ lointain, l'onde est transverse, on obtient :

$$S_3 = S_4 = 0$$

Deux fonctions d'amplitude interviennent uniquement :

$$S_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} [a_n \pi_n(\cos\theta) + b_n \tau_n(\cos\theta)]$$

$$S_2 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} [a_n \tau_n(\cos\theta) + b_n \pi_n(\cos\theta)]$$

Les fonctions π_n et τ_n sont les fonctions de Legendre, les termes a_n et b_n sont les coefficients de diffusion :

$$a_n = \frac{\Psi_n(\alpha)\Psi_n'(\beta) - m\Psi_n'(\alpha)\Psi_n(\beta)}{\xi_n(\alpha)\Psi_n(\beta) - m\xi_n(\alpha)\Psi_n(\beta)}$$

$$b_n = \frac{m\Psi_n(\alpha)\Psi_n'(\beta) - \Psi_n'(\alpha)\Psi_n(\beta)}{m\xi_n(\alpha)\Psi_n(\beta) - \xi_n(\alpha)\Psi_n(\beta)}$$

$\alpha = \pi d/\lambda$ appelé paramètre de taille, $\beta = m\alpha$: second paramètre de taille, $m = n(1-ik)$: indice complexe de réfraction de la particule, Ψ_n : fonctions de Riccati-Bessel du premier ordre, ξ_n : fonctions de Riccati-Bessel du troisième ordre ou fonction de Hankel, Ψ_n' et ξ_n' : dérivées des fonctions par rapport à l'argument entre parenthèses.

Les éclairissements diffusés sont calculés à l'aide de théorème de Poynting qui exprime le flux d'énergie S selon :

$$S = \frac{1}{2} \text{Re}(E_\theta H_\phi^* - E_\phi H_\theta^*)$$

Les astérisques dans l'expression précédente sont les conjugués des complexes.

Pour une onde plane, l'éclairissement incident est $\frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon}{\mu} \right)^{1/2} E_0^2$. Ainsi pour un éclairissement incident égal à 1, on peut écrire : $I_{\text{dif}} = I_\theta + I_\phi$

$$\text{avec : } I_\theta = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 r^2} i_2 \cos^2 \phi \quad \text{et} \quad I_\phi = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 r^2} i_1 \sin^2 \phi$$

Les fonctions d'éclairissement i_j sont données par $i_j = |S_j|^2$, les fonctions d'amplitude S_j étant définies plus avant dans le texte.

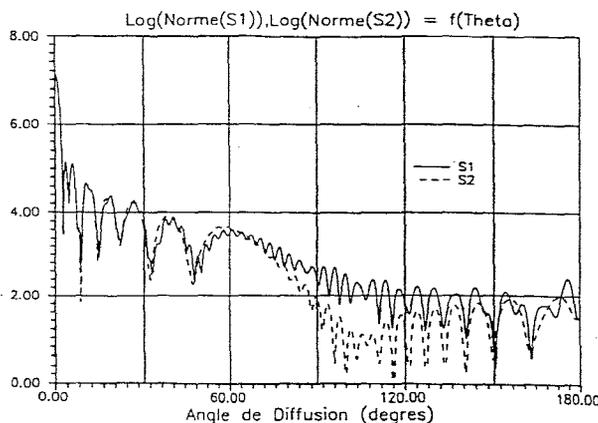


Fig. 1 : Fonctions d'amplitude pour une bulle d'air dans de l'eau.

Nous avons d'abord développé des simulations de diffusion de Mie sur micro-ordinateur en langage Turbo-Pascal. La courbe (fig. 1) montre l'évolution des fonctions d'amplitude S_1 et S_2 pour une bulle d'air de 13 μm de diamètre dans de l'eau éclairée par une onde plane de longueur d'onde = 488nm.

L'observation des courbes de diffusion obtenues par de nombreuses simulations nous a montré l'augmentation du nombre de lobes de la fonction de diffusion avec l'accroissement du diamètre de la particule. Un programme a alors été créé pour tracer le nombre d'extremums de la fonction de diffusion calculée par la théorie de Mie en fonction du diamètre de la particule.

La courbe (fig. 2) provient de simulations et représente le nombre d'extremums de cette fonction en fonction du diamètre de billes de verre d'index de réfraction égal à 1,545 éclairées par une lumière de longueur d'onde 632,8 nm. Le secteur angulaire analysé $[\theta_1, \theta_2]$ est compris entre 5° and 15° et l'azimut ϕ est égal à zéro.

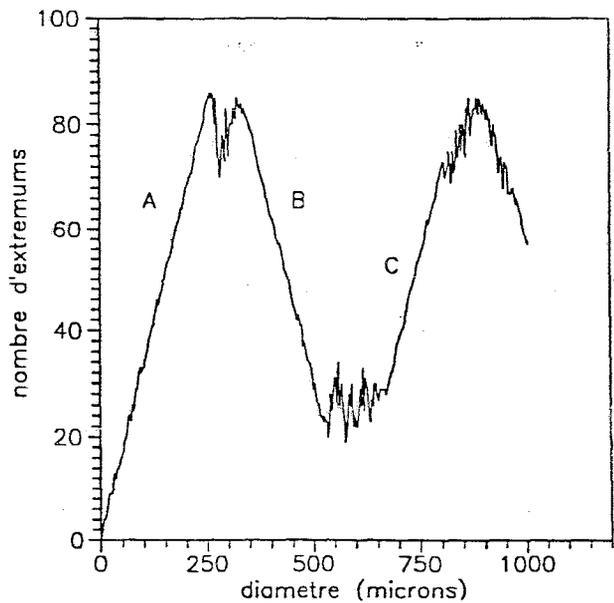


Fig. 2 : Nombres d'extremums de la fonction de diffusion pour des billes de verre.

La courbe obtenue montre que, dans certaines plages de diamètre (zones A, B et C), nous avons une relation bi-univoque entre le nombre d'extremums et le diamètre de la particule. Cette relation devient donc exploitable pour revenir au diamètre d'une particule connaissant l'intensité qu'elle diffuse dans un secteur angulaire donné.

2. EXPERIENCES

Nous avons développé une instrumentation spécifique pour valider expérimentalement les simulations numériques. Le système consiste en la mesure de l'intensité diffusée par une particule dans un secteur angulaire connu. La mesure est réalisée au moyen d'une barrette CCD qui enregistre la lumière diffusée par de petites billes de verre éclairées par un faisceau laser. L'utilisation du laser permet de disposer d'une intensité incidente élevée et bien que les conclusions des simulations concernent une onde plane, il est possible de les appliquer à une répartition gaussienne (cas du faisceau

laser) en respectant un rapport entre le diamètre de la particule et la dimension du faisceau. On considère alors que la fluctuation locale de l'onde incidente au niveau de

la particule est négligeable et que l'on peut se ramener au cas d'une onde plane. Le schéma du dispositif expérimental est présenté ci-après (fig. 3).

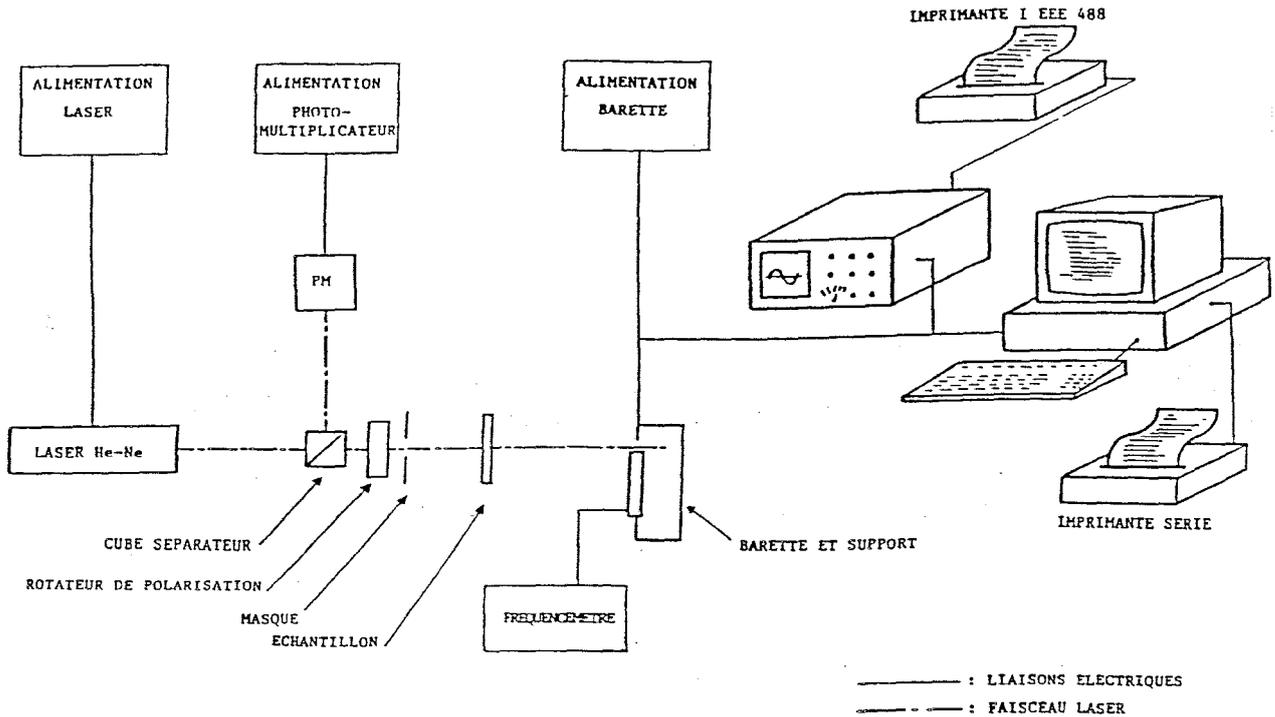


Fig. 3 : Schéma du dispositif expérimental.

3. RESULTATS

Le capteur CCD convertit les fluctuations de la lumière diffusée en variation d'amplitude d'un signal électrique. Ce signal analogique est numérisé et enregistré sur un micro-ordinateur et le nombre d'extrémums de ce signal est trouvé soit par

différenciation numérique soit par FFT. La courbe (fig. 4) trace les diamètres de particules mesurées avec notre système en fonction de diamètres mesurés au microscope pour une gamme de diamètres compris entre 170 et 250 microns :

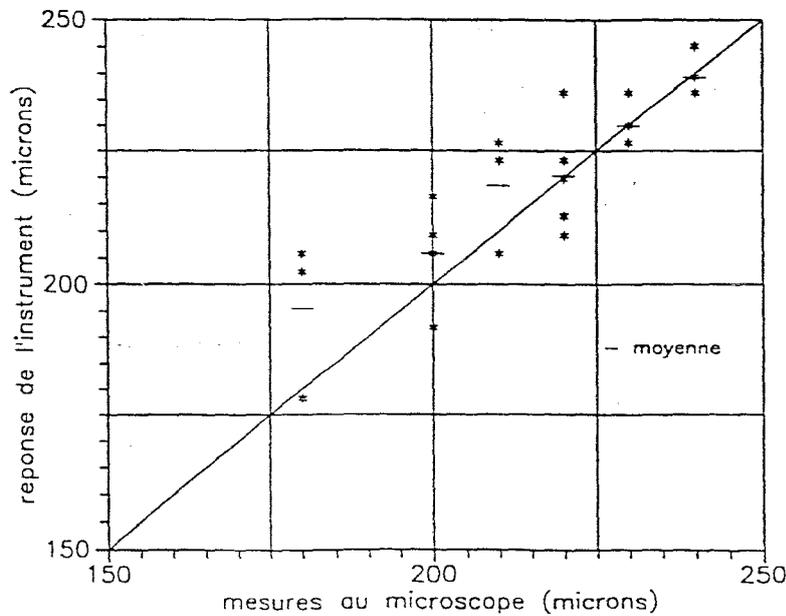


Fig. 4 : Mesures de l'instrument

CONCLUSION

Les mesures effectuées montrent une bonne cohérence entre les diamètres mesurés sous le microscope et la réponse de l'instrument pour des particules sphériques. Nous pouvons donc dire qu'une nouvelle méthode de mesure de diamètre de particule a été trouvée. L'utilisation du nombre d'extremums de la fonction de diffusion (méthode DETEX) est une méthode robuste, digne d'intérêt avec en perspective la mesure de particules en suspension exploitable dans l'analyse du transport sédimentaire. La validation pour des particules non sphériques reste à entreprendre.

Références

- [1] Bohren C.F. and Huffman D. R. 1983. Absorption and scattering of light by small particles. John Wiley & Sons, New York, 530 p.
- [2] Corbin F. 1989. Développement d'un vélocimètre-granulomètre à faisceau laser corrigé. Application aux écoulements dispersés. Thèse, Université de Rouen, 142 p.
- [3] Couesbet G. et Grehan G. 1982. Sur la généralisation de la théorie de Lorenz-Mie. J. Optics, vol. 13, N° 2, pp. 97-103.
- [4] Hamelin P. 1986. Application de la diffusion lumineuse à la métrologie des particules en écoulement diphasique dispersé. Thèse, Institut National Polytechnique de Toulouse.
- [5] Kerker M. 1969. The scattering of light. Academic Press, Orlando, 666 p.
- [6] Kouzelis D. 1988. Mesure de tailles de particules par une méthode optique utilisant la diffraction de lumière laser. Thèse, Ecole Centrale de Paris, 206 p.
- [7] Van de Hulst H. C. 1981. Light scattering by small particles. Dover Publications, New York, 470 p.
- [8] Vasselin E. 1993. Analyse des phénomènes de diffusion lumineuse. Développement d'un granulomètre laser. Thèse, Université du Havre, 168 p.
- [9] Vasselin E. et Rajaona R.D. 1993. Extrema Detection and spatial interpolation. Application to particle diameter measurement. Sediment Transport Mechanism in Coastal Environments and Rivers. EUROMECH 310.