



# IMPACT D'UN ECOULEMENT CYCLIQUE SUR UN OUVRAGE SEMI-EMERGE

A. REZZOUG

A. ALEXIS

Laboratoire de Génie Civil  
E.C.N. NANTES - I.U.T ST NAZAIRE

## **ABSTRACT**

*The cyclical pressure variations and internal flows induced by tide are often the major cause of general instability of the harbour buildings. We proposed a model which tries to estimate the impact of cyclical hydraulic actions on bank behaviour.*

*The present paper discusses mathematical linearisation procedures for the nonlinear equation of the free surface in unconfined homogeneous aquifers. We study in this case the governing movement equation of tidal cyclic oscillation transmitted through the porous media of the vertical bank. A new linear form is admitted and justified, and the analytical solution is developed. Results are shown with a graph of groundwater table fluctuation in the bank which is due to the oscillations of the water level of ocean-tide effects in coastal aquifer.*

*The linear form involves a water table raising level in the bank, this level is greater than the average sea level. The envelope curves can define the "beaten" zone in soil generated by tide.*

*This analysis shows that some interesting points could be used in harbour building conception and safety study.*

## **1. INTRODUCTION**

Au cours des vingt dernières années des accidents spectaculaires ont provoqué de graves dommages dans la masse de digues et talus, souvent peu après leur construction, par exemple à Sines (Portugal), San Ciprian (Espagne), Arzew El-jedid (Algérie), cités par plusieurs auteurs (9).

Lors de l'interprétation de ces accidents une controverse est apparue sur le rôle joué par les variations des pressions et des écoulements induits par la houle et la marée dans le corps des digues et talus portuaires. Dans ce cadre les recherches avaient été lancées sur certaines bases faisant appel aux forces

hydrodynamiques développées dans le noyau et la carapace des digues ou des massifs de quais portuaires, et à leur incidence sur la stabilité. Les variations cycliques de pression de l'eau provoquées par la marée peuvent causer des changements importants dans l'état de contraintes, une diminution notable des forces inter-granulaires, et des déformations significatives jusqu'à des ruptures locales ou globales de la structure.

Les écoulements et les variations de pression interne apparaissent comme une cause majeure d'instabilité.

Nous exposons ici les hypothèses et les résultats d'un modèle analytique proposé pour la résolution de l'équation de l'écoulement à surface libre dans un massif soumis à la marée.

Pour l'aménagement des ports et fleuves à marée, il est important de connaître le niveau d'eau s'établissant dans un massif côtier ou estuarien, dû aux oscillations périodiques de la marée.

Ce niveau n'est pas constant, sa variation suit le phénomène cyclique et dynamique du marnage, le massif est en partie alternativement couvert et découvert par la marée.

Après l'accumulation d'eau dans le massif pendant la marée montante, il apparaît un écoulement sortant à marée descendante. Du fait du débit sortant, les vitesses d'écoulement peuvent être importantes en pied de talus. Ces phénomènes peuvent altérer la stabilité globale ou locale d'un massif et montrent par là même leur importance dans le domaine du Génie Civil et du Génie Côtier.

Nous proposons une étude comparative et une analyse critique des hypothèses, des modèles et des résultats concernant ce problème important du Génie Civil et du Génie Côtier.

## **2. ETUDES ANTERIEURES**

Une longue recherche bibliographique n'a pas fait ressortir d'articles traitant directement le sujet, cependant quelques contributions et tentatives d'études approchent le problème.

### 1. M. RAT ET J. VAUTRIN (1973)

L'article présente les variations du niveau piézométrique des nappes en fonction du niveau de leur exutoire, afin de déduire les caractéristiques de la nappe. Les variations de niveau peuvent provenir soit des crues et décrues de la rivière, soit de la marée au voisinage des estuaires.

Les auteurs partent de l'équation fondamentale de l'écoulement dans les sols en régime transitoire et juge que la résolution de cette équation, non linéaire aux dérivées partielles du second ordre, n'est possible que sous certaines

hypothèses complémentaires. Pour les nappes libres, ils la linéarisent de deux façons, cependant la linéarisation en carré est rejetée au profit de la linéarisation simple. Donc pour une nappe semi-infinie, libre ou captive, l'équation unidimensionnelle du mouvement de l'eau est :

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = \frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (2)$$

avec  $S$  le coefficient d'emmagasinement,  $T$  la transmissivité.

Si le plan de référence des cotes est le niveau moyen de la marée, la variation sinusoïdale de la marée, de période  $2\pi/\omega$ , aura l'expression :

$$h = A \sin \omega t \quad (3)$$

avec  $A$  l'amplitude de la marée et  $\omega$  sa pulsation.

La hauteur piézométrique, solution de (2) et (3) à une distance  $x$  de la mer, s'exprime par :

$$h(x, t) = A e^{-x\sqrt{\frac{S\omega}{2T}}} \sin \left( \omega t - x\sqrt{\frac{S\omega}{2T}} \right)$$

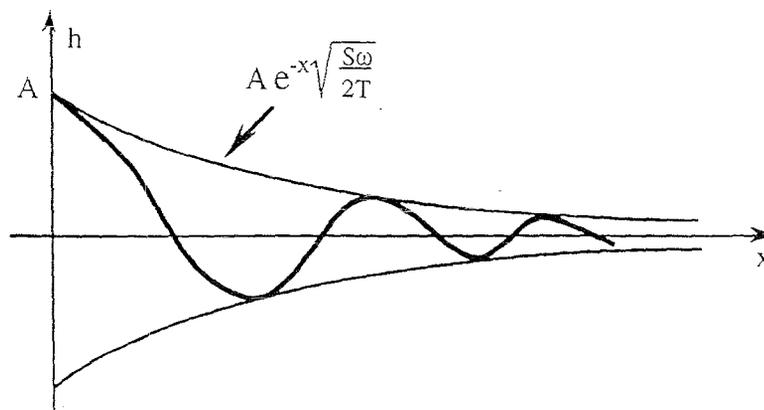


Fig.1 : Niveau piézométrique de la nappe en fonction de la distance de la mer.

Ce résultat intéressant, peut paraître cependant quelque peu abusif. En effet d'après les auteurs, les nappes semi-infinies captives ou libres sont gouvernées par une équation linéarisée, toutefois aucune justification à cette linéarisation n'est donnée pour les nappes libres. En effet rien ne montre qu'un type de linéarisation est meilleur qu'un autre dans le cas général. D'autant que POLUBARINOVA (5) soulève les problèmes liés à la linéarisation, en concluant que ce choix doit se faire au cas par cas.

Notons que ce type de linéarisation ne permet pas de retrouver en régime permanent la parabole de DUPUITS bien connue.

D'autre part l'égalité du niveau à l'intérieur du talus au niveau moyen de la marée reste à montrer.

## 2. Autres auteurs

D'autres auteurs se sont basés aussi sur les mêmes hypothèses de calcul simplificatrices pour d'autres développements, parmi eux : CASTANY (2), RAZACK (7), MARINO (4), GARNIER (3) ...

## 2. MODELISATION

### 1. Hypothèses

- Le milieu considéré comme homogène indéformable.
- L'écoulement suit la loi de DARCY.
- La marée est sinusoidale de période, amplitude et niveau moyen constants.
- Le talus perméable repose sur une couche imperméable.
- La vitesse horizontale de l'eau ne varie pas le long de la verticale.

### 2. Mise en équation

D'après POLUBARINOVA-KOCHINA (1962), si nous ne tenons pas compte des termes d'inertie dans les équations d'écoulement dans les sols, le mouvement peut être déterminé par l'équation de DARCY :

$$\vec{V} = -k \overrightarrow{\text{grad}} h \quad (4)$$

et l'équation de continuité:  $\text{div } \vec{V} = 0$  (5)

avec  $k$  la perméabilité du milieu et  $n$  sa porosité.

Si  $\vec{V}$  a pour composantes  $(u,v,w)$ , et si  $(x,y,z)$  sont les coordonnées d'une particule de fluide, sa vitesse sera alors de composantes  $(dx/dt, dy/dt, dz/dt)$ , la vitesse de l'eau dans le sol aura pour composantes :

$$u = n \frac{dx}{dt} \quad v = n \frac{dy}{dt} \quad w = n \frac{dz}{dt} \quad (6)$$

Nous considérons le mouvement de la surface libre dans un repère  $(Oxyz)$ , d'axe  $(Oz)$  ascendant, et d'origine  $O$  fixée au substratum. A un instant donné la charge hydraulique  $h$  ne dépend que des variables  $x$  et  $y$ , elle est donc égale au niveau piézométrique de la nappe.

$$\text{L'équation de la surface libre prend alors la forme : } z = h(x,y,t) \quad (7)$$

Si nous définissons  $F$  par  $F(x,y,z,t) = h(x,y,t) - z = 0$ , sa différentielle compte tenu de (6) sera :

$$dF = n \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial h}{\partial x} u + \frac{\partial h}{\partial y} v - w = 0 \quad (8)$$

D'autre part, comme par hypothèse la composante horizontale de la vitesse est indépendante de la cote  $z$ , l'intégration de l'équation de continuité selon la verticale donne :

$$w - w_0 = - \int_0^z \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) dz$$

$$\text{ou encore: } w(x,y,z,t) = - \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) z + w_0(x,y,t) \quad (9)$$

La composante verticale  $w$  de la vitesse du fluide est ici une fonction linéaire de  $z$ , sa valeur sur le substratum est  $w(x,y, z=0, t) = w_0 = 0$ .

D'autre part, les composantes horizontales du vecteur vitesse d'après la loi de DARCY sont :

$$u = -k \frac{\partial h}{\partial x} \quad v = -k \frac{\partial h}{\partial y} \quad (10)$$

En remplaçant (7), (9), et (10) dans (8) on aura :

$$n \frac{\partial h}{\partial t} - k \left[ \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial h}{\partial y} \right)^2 \right] - kh \left( \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) - w_0 = 0 \quad (11)$$

Si nous négligeons les infiltrations et les évaporations de la nappe ( $w_0=0$ ), (11) prend sa forme finale :

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{k}{n} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( h \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( h \frac{\partial h}{\partial y} \right) \right] \quad (12)$$

et en unidimensionnel :

$$\frac{\partial h(x,t)}{\partial t} = \frac{k}{2n} \frac{\partial^2 h^2(x,t)}{\partial x^2} \quad (13)$$

A l'interface le niveau est défini par le mouvement sinusoïdal de la marée.  $h(x,t)$  définit la cote de la surface libre à tout instant  $t$  et à l'abscisse  $x$ . L'équation (12) régissant le mouvement de la surface libre a été également obtenue par les travaux de POLUBARINOVA (5) sur les écoulements non permanents à surface libre, axés principalement sur la vidange rapide des barrages. Cette équation non linéaire pose en général des difficultés importantes de résolution analytique. Cependant la résolution reste abordable dans des cas spécifiques de conditions aux limites, comme celles de l'excitation marée sur un talus vertical qui s'expriment ici par :

$$\begin{aligned} h(0,t) &= H + A \sin \omega t \\ h(x,t+T) &= h(x,t) \end{aligned} \quad (14)$$

avec  $T$  période et  $H$  le niveau moyen de la marée.

### 3. RESOLUTION

#### 1. Résultat partiel

La périodicité du mouvement peut s'écrire :

$$h(x, t_0+T) - h(x, t_0) = \int_{t_0}^{t_0+T} \frac{\partial h(x,t)}{\partial t} dt = 0$$

D'autre part d'après (12) :

$$\int_{t_0}^{t_0+T} \frac{\partial^2 h^2(x,t)}{\partial x^2} dt = 0$$

La double intégration en  $x$  de cette équation donne :

$$\int_{t_0}^{t_0+T} h^2(x,t) dt = C_1 x + C_2 \quad (15)$$

où  $C_1$  et  $C_2$  sont des constantes d'intégration arbitraires.

Loin de l'interface, le mouvement de la surface libre s'amortit et le niveau de l'eau se stabilise à une hauteur constante appelée niveau d'équilibre ( $N_e$ ). La valeur de la dernière intégrale doit être donc définie quand ( $x \rightarrow \infty$ ), elle devient indépendante de  $x$ . La constante  $C_2$  est fixée par  $h(0,t)$  dans le cas d'une marée sinusoïdale :

$$\int_{t_0}^{t_0+T} (H + A \sin \omega t)^2 dt = T \left( H^2 + \frac{A^2}{2} \right)$$

d'où la moyenne quadratique pour un cycle de marée :

$$\overline{h^2}(x=0, t_0) = \overline{h^2}(x \rightarrow \infty, t_0) = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} h^2(x,t) dt = H^2 + \frac{A^2}{2} \quad (16)$$

Ce résultat important, établi à l'aide de l'équation mère non linéarisée, permet de prévoir la valeur du niveau d'équilibre :

$$N_e = \sqrt{H^2 + \frac{A^2}{2}} \quad (17)$$

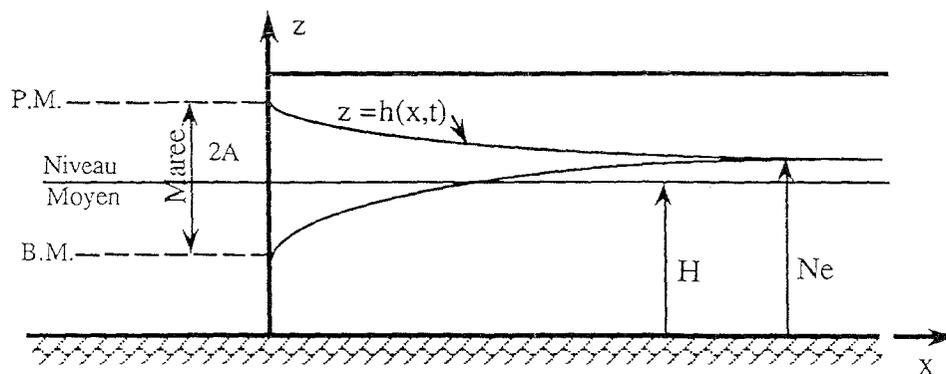


Figure 2. : Talus vertical, modélisation.

La figure 2 montre les courbes enveloppes de la surface libre. Nous y constatons une surélévation du niveau d'équilibre.

## 2. Choix de linéarisation

Au moins deux choix sont possibles :

a) la linéarisation simple comme celle prise par RAT et VAUTRIN (6), qui donne un niveau d'équilibre égal au niveau moyen de la marée ( $N_e=H$ ), ce résultat est en désaccord avec (17).

b) la linéarisation en carré, par le changement de variables :  $g(x,t)=h^2(x,t)$ , donne des résultats originaux importants, REZZOUG(8). Nous allons justifier que cette dernière linéarisation est mieux adaptée au problème, car elle est cohérente avec la surélévation du niveau d'équilibre obtenue avec l'équation non linéarisée.

## 4. APPLICATION AU MASSIF VERTICAL

### 1. Solution analytique

La linéarisation de (12) par la deuxième méthode donne :

$$\frac{\partial g(x,t)}{\partial t} = \frac{kH}{n} \frac{\partial^2 g(x,t)}{\partial x^2} \quad (18)$$

Nous notons ici que (18) est identique à l'équation linéarisée puis rejetée par RAT et VAUTRIN (6). La condition aux limites de (9) devient donc :

$$\begin{aligned} g(0,t) &= (H + A \sin \omega t)^2 \\ &= H^2 + \frac{A^2}{2} + 2AH \sin \omega t - \frac{A^2}{2} \cos 2\omega t \end{aligned} \quad (19)$$

Dans le cas du massif vertical, c'est à dire pour la condition (19), nous trouvons aisément la solution analytique de (18) :

$$\begin{aligned} h^2(x,t) = g(x,t) &= H^2 + \frac{A^2}{2} + 2AH e^{-rx} \sin(\omega t - rx) \\ &\quad - \frac{A^2}{2} e^{-\sqrt{2} rx} \cos(2\omega t - \sqrt{2} rx) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\text{avec: } r = \sqrt{\frac{\omega}{2C}} \quad \text{et} \quad C = \frac{kH}{n}$$

Ce résultat donne une allure approchée de la surface libre en milieu homogène et indéformable à tout instant, il met en évidence la surélévation du niveau d'équilibre dans le talus vertical, ALEXIS (1). Nous retrouvons finalement à partir de (9) :

$$\text{Lim } h^2(x \rightarrow \infty, t) = Ne^2 = H^2 + \frac{A^2}{2} \quad (21)$$

C'est bien l'expression du carré du niveau d'équilibre, trouvé déjà en (17), issue de la solution de l'équation non linéaire. D'autre part c'est aussi cette linéarisation qui permet de retrouver en régime permanent la parabole de DUPUIITS bien connue.

## 2. Résultats

Nous avons choisi de représenter quelques exemples des résultats sous forme de courbes, de manière à pouvoir appréhender les divers aspects du phénomène d'évolution et du mouvement de la surface libre dans le sol en fonction de l'oscillation de la marée. Le sol choisi est un limon sableux, l'amplitude est de 2 m, la hauteur moyenne de 8 m.

- La figure 3 montre la montée de la surface libre dans le massif lors du flot. Les courbes de flot correspondent aux instants: ( $t = 10, 11, 12$  heures du cycle et  $t = 0, 1, 2, 3$  heures du cycle suivant) et admettent le mi-flot comme position initiale (à  $t=0$ ). Toutes les courbes tendent vers un niveau d'équilibre de ( $Ne = 8,12$  m), alors que le niveau moyen de la marée n'est que ( $H = 8,00$  m).

- Sur la figure 4 la marée est descendante. Les courbes de jusant correspondent aux instants : ( $t = 4, 5, 6, 7, 8$  et 9 heures d'un même cycle de marée). Le niveau d'équilibre est le même qu'en Figure 3.

- La figure 5 montre les courbes, à chaque heure du cycle, et met en évidence une "zone battue". Elle peut être définie par la zone balayée par la surface libre durant une période de marée. Des phénomènes cycliques lents se produisent dans cette zone non négligeables, et peuvent occasionner des altérations des caractéristiques du matériau. Notamment les variations cycliques de la pression d'eau et les écoulements internes provoqués par la marée peuvent perturber l'état de contrainte, cause majeure d'instabilité de l'ouvrage .

Nous pouvons définir la longueur de la zone battue par la distance à l'intérieur du talus où l'amplitude n'est plus que 10% de l'amplitude de la marée.

- Sur les courbes enveloppes de la figure 6, nous pouvons mesurer la longueur de la zone battue pour chacun des quatre types de sols suivants. Elle est relativement petite dans les sols fins moins perméables, et croit avec la perméabilité :

- 2,5 m pour l'argile de perméabilité  $k=2,78 \text{ E-6 m/s}$  et de porosité  $n=0,3$ .
- 6 m pour le limon sableux de perméabilité  $k=2,2 \text{ E-5 m/s}$  et de porosité  $n=0,4$ .
- 9,5 m pour le sable fin de perméabilité  $k=5,55 \text{ E-5 m/s}$  et de porosité  $n=0,4$ .
- 18 m pour le sable moyen de perméabilité  $k=2,78 \text{ E-4 m/s}$  et de porosité  $n=0,5$

## 5. CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Facilement réalisable analytiquement après avoir étudié la linéarisation de l'équation, la résolution s'est effectuée par une méthode analytique. Elle montre une onde progressive d'écoulement pénétrant à l'intérieur du massif et met en évidence un amortissement des oscillations dues à la marée en fonction de la perméabilité et de la porosité du milieu, caractérisée par une longueur de zone battue. Ceci attire l'attention sur cette zone d'eau en mouvement, où des phénomènes cycliques lents se produisent, pouvant occasionner une instabilité ou des affouillements et conduire à la destruction du massif. Elle montre également une surcote du niveau d'équilibre loin à l'intérieur du massif, qui est fonction de l'amplitude de la marée, du niveau moyen de la marée, et indépendante des caractéristiques du sol.

Ces résultats mettent alors en évidence des phénomènes non négligeables, pouvant être utilement pris en compte dans des problèmes de stabilité ou d'écoulement dans des massifs perméables.

Il serait souhaitable de prolonger cette étude en l'appliquant, par des méthodes analytiques ou numériques, à différents types de sols et à des talus de différentes pentes.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- (1) A. ALEXIS. - Etude géotechnique et sédimentologique de souilles et chenaux de la rade de Lorient. Contribution à la stabilité des sols immergés.  
Thèse de Docteur Ingénieur, E.N.S.M. Nantes, 1987. pp 260
- (2) G. CASTANY. - Traité pratique des eaux souterraines, Dunod, p 486 et 487.

- (3) J.-C. GARNIER et CL. CLARION. - Transmission des ondes de crue du Verdon à travers le massif d'appui rive droite du futur barrage de Sainte-Croix. La Houille Blanche N°1-1967.
- (4) M. A. MARINO. - Water table fluctuation in semipervious steam-unconfined aquifer systems. Journal of Hydrology 19 (1973) 43-52.
- (5) P. Y. A. POLUBARINOVA-KOCHINA. -Theory of ground water movement. Ed. Princeton 1962. pp 613
- (6) M. RAT et J. VAUTRIN. -Détermination des caractéristiques hydrauliques des sols à partir des variations piézométriques. Bull. liaison labo. P. et Ch. Réf. 1280, P. 103-119.
- (7) M. RAZACK, C. DROGUE, C. ROMARIZ et C. ALMEIDA. - Etude de l'effet de la marée océanique sur un aquifère carbonaté côtier (MIOCENE de L'ALGARVE-PORTUGAL) Journal of Hydrology 45 (1980) 57-69.
- (8) A. REZZOUG. -Résolution de l'équation de la surface libre de l'écoulement dans un talus soumis au marnage. Mémoire de D.E.A., E.N.S.M, Nantes, 1990, pp 118.
- (9) J.M. USSEGLIO-POLATERA & A.LIBAUX - Numerical modelling flow in marine breakwaters, 6th International IAEG Congres 1990 Balkema, Rotterdam, pp.2919-2925

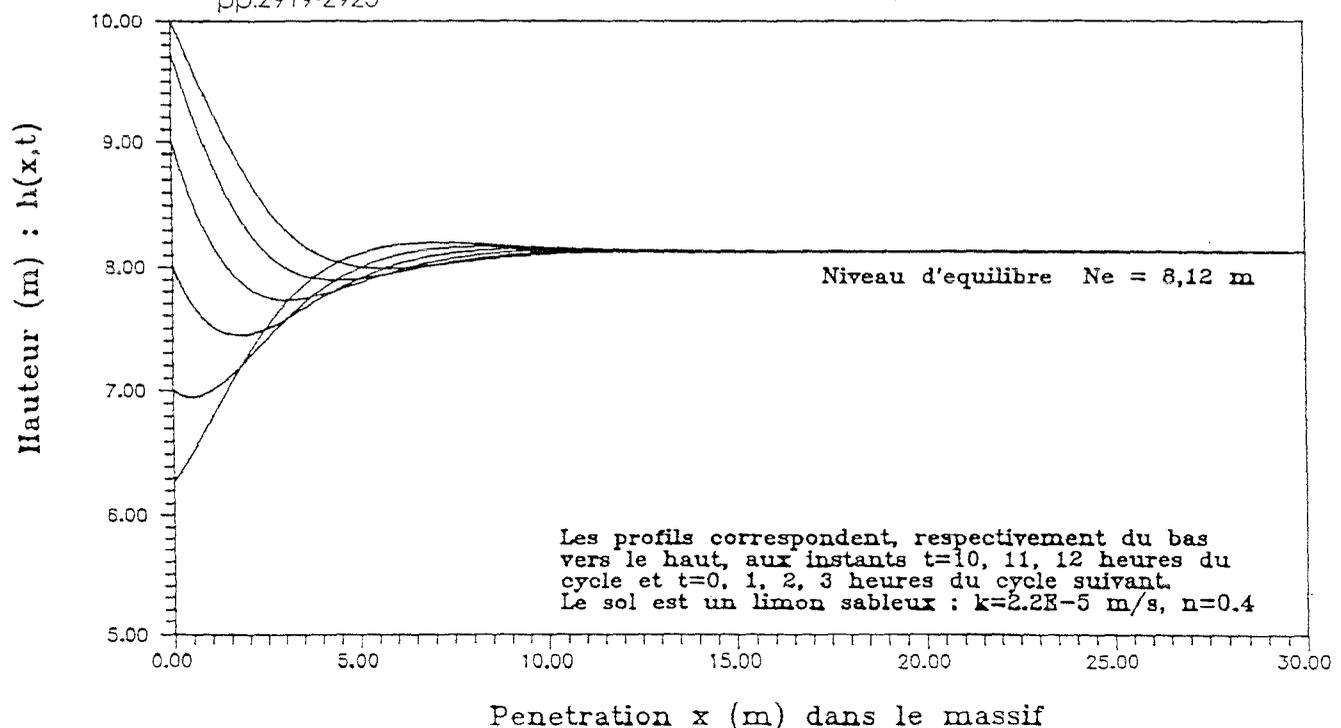


Fig. 3 : Surfaces libres d'écoulement dans un massif vertical lors d'une marée montante, temps compté à partir du mi-flot.

Pénétration  $x(m)$  dans le massif

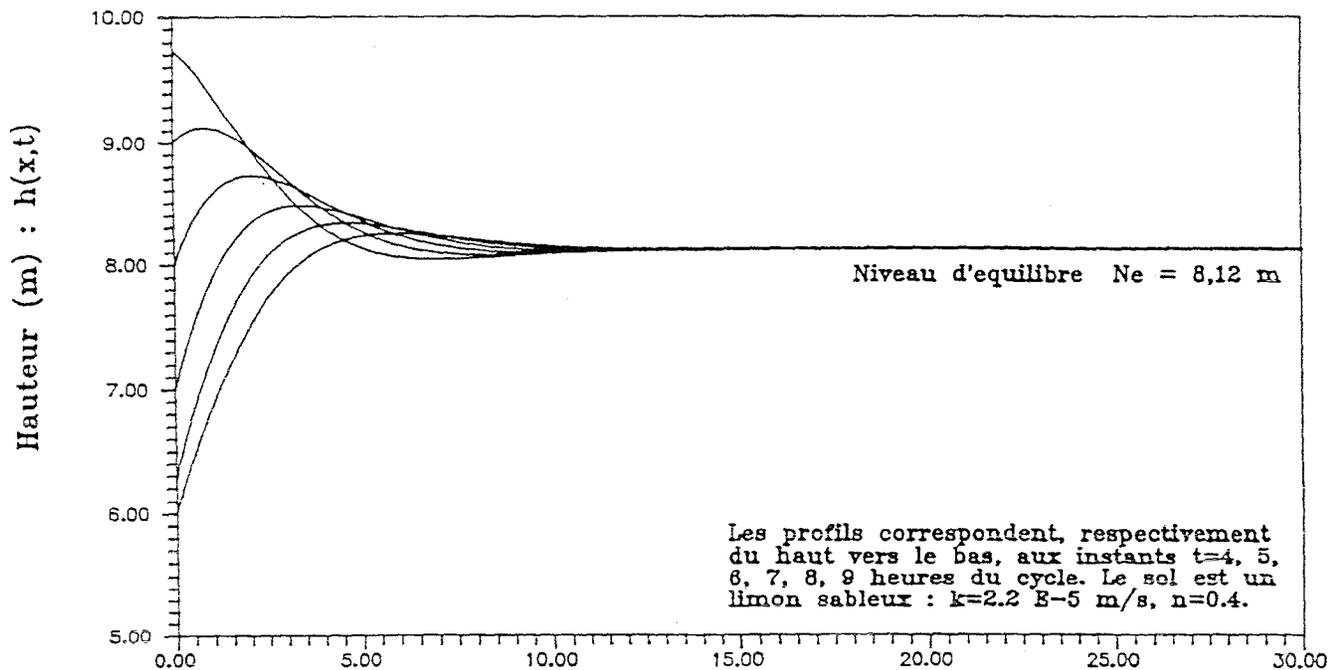


Fig. 4 : Surfaces libres d'écoulement dans un massif vertical lors d'une marée descendante. Temps compté à partir du mi-flot.

Pénétration  $x(m)$  dans le massif

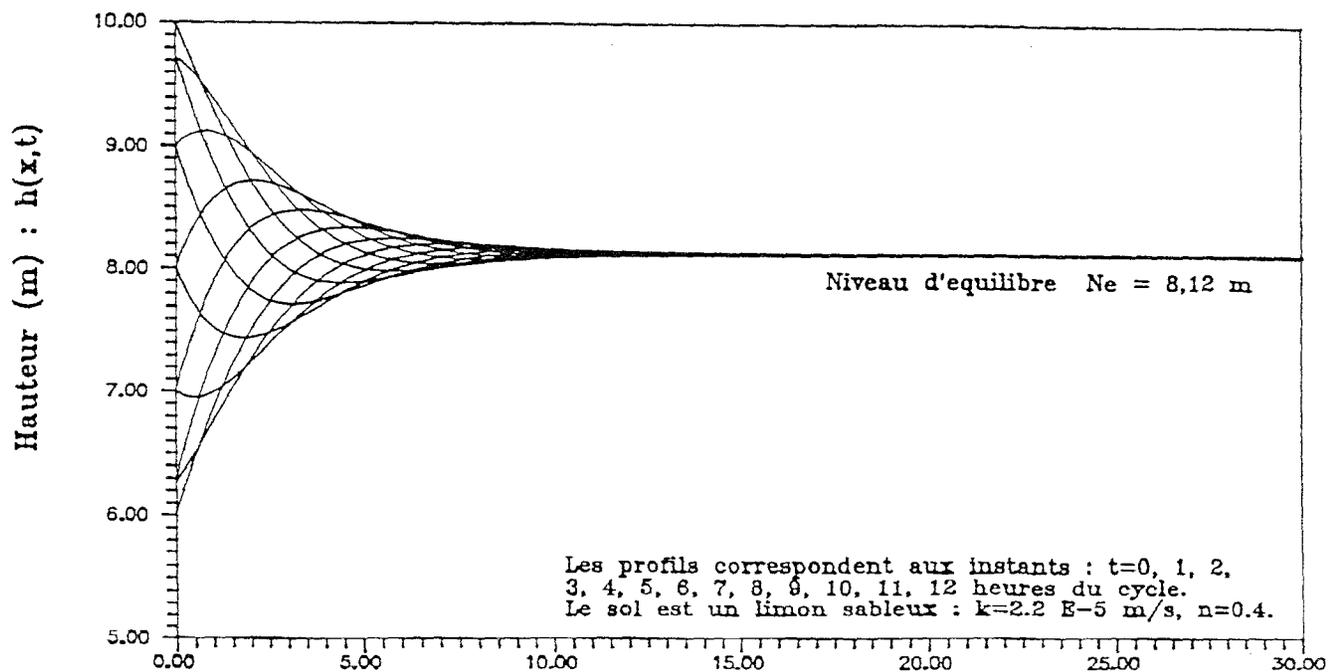


Fig. 5 : Surfaces libres d'écoulement dans un massif vertical pour toutes les heures du cycle. Temps compté à partir du mi-flot.

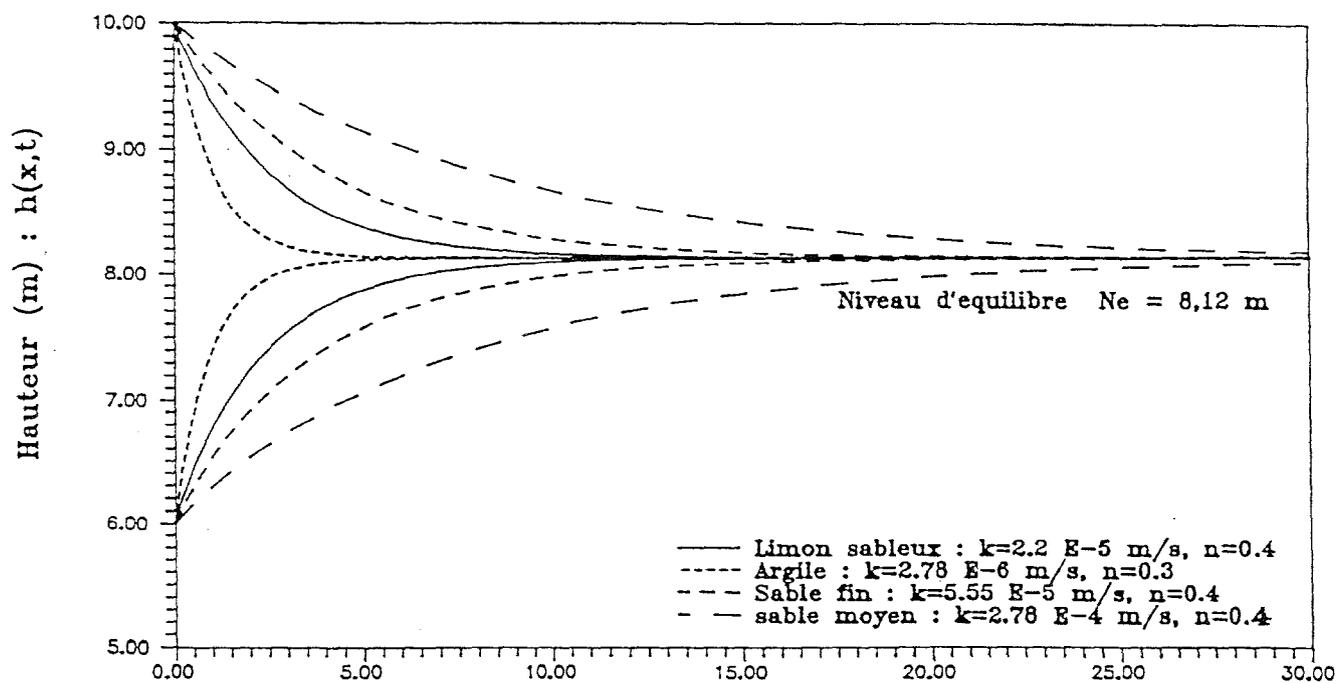
Pénétration  $x(m)$  dans le massif.

Fig. 6 : Diagrammes enveloppes (ou zone battues), pour quatre types de sols en fonction de la perméabilité  $k$  et de la porosité  $n$ . Marée de période 12 heures, de marnage  $2A = 4\text{m}$  et de hauteur moyenne  $H = 8\text{m}$ .