



# CALCUL DE L'ORIENTATION D'UN ELEMENT DE SURFACE A PARTIR DE MESURES INDIRECTES. APPLICATIONS A LA BATHYMETRIE ET A LA SISMIQUE REFLEXION CONTINUE

Y. DELANOE

Laboratoire de Mécanique et Géomécanique  
Université de Nantes, 2 rue de la Houssinière - 44072 NANTES CEDEX

## ABSTRACT

*A general algorithm for the calculation of the orientation of an acoustic reflector at the intersection of two bathymetric or seismic lines.*

*It is always possible to assimilate any structural feature to a juxtaposition of plane areas of various shapes and sizes. Every one of these elementary surfaces can be defined by the direction and value of its maximum slope gradient. The characteristics of this vector (angles with the North and the horizontal) can be calculated using the data obtained on two intersecting bathymetric or seismic records providing their positioning is accurate.*

*A general solution to this problem is proposed for the various situations which can occur when both the directions of the lines and the vector of maximum slope vary. Apart from the headings of the lines and distances between the data, the only values necessary for the calculation are depth differences or two way travel times (there is no need for the tide correction).*

*The limits for the application of this method are finally discussed.*

## INTRODUCTION

En sondage bathymétrique (BERTHOIS (1)), comme en sismique réflexion continue (McQUILLIN? ARDUS (2)), on obtient des profils assimilables à des coupes dans un plan vertical sur lesquels le dessin des marqueurs donne une idée plus ou moins exacte de la géométrie des réflecteurs correspondants. En particulier, si l'on s'intéresse au seul tracé du fond marin, l'impression que l'on peut avoir de la "vigueur" du relief dépendra beaucoup de l'orientation des profils par rapport à celle de la ligne de plus grande pente. Pour pallier à cet inconvénient, on procède habituellement à l'enregistrement d'un maillage serré de profils (ou de points de mesure) afin d'obtenir, après traitement, une restitution plus ou moins satisfaisante du relief.

Lorsqu'on ne dispose que d'un nombre de mesures réduit, il sera néanmoins possible de calculer le vecteur ligne de plus grande pente d'un réflecteur acoustique à partir de l'analyse de deux profils à leur intersection. C'est ce que je me propose de montrer dans cette étude.

1. Assimilation d'un élément de surface à un plan :

On sait qu'une surface quelconque peut toujours être décomposée en une juxtaposition d'éléments plans de tailles et d'orientations variables (fig.1a). En particulier, la portion du fond marin comprise entre deux profils bathymétriques qui se recoupent pourra être assimilée à une surface plane sur une distance plus ou moins importante suivant le degré de complexité de la topographie et les simplifications (fig.1b) qu'on aura pu faire.

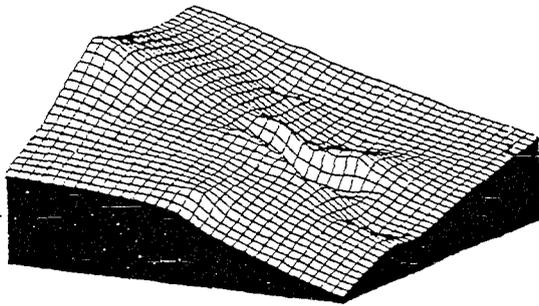


Fig.1a : Décomposition d'une surface quelconque en une somme d'éléments plans

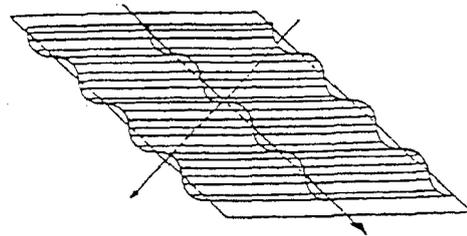


Fig.1b : Simplification : la surface ondulée peut être "lissée" en un plan moyen.

2. Le vecteur ligne de plus grande pente :

L'orientation de cette surface sera donnée par le dièdre qu'elle forme avec le plan horizontal H (Fig.2). Si l'on prend comme système de référence le niveau 0 d'une part et le Nord d'autre part, elle sera complètement définie en un de ses points par son vecteur ligne de plus grande pente, soit une valeur angulaire  $\alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ) et un azimut (son sens)

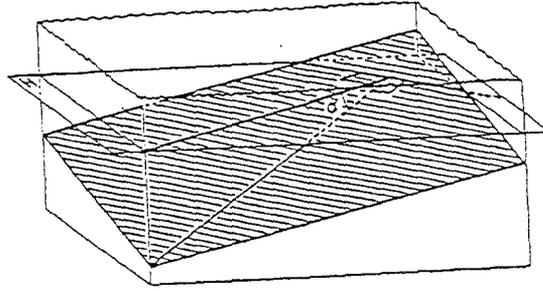


Fig.2 : L'angle dièdre  $\alpha$

### 3. Les données de départ : pentes apparentes - pente réelle :

Un profil de mesure seul ne permet de déterminer que la pente dans le plan vertical correspondant au cap suivi ; il s'agit dans la majorité des cas d'une pente apparente différentes de  $\alpha$ .

La figure 3 illustre cette notion de pente apparente : le plan P forme avec l'horizontale H un angle  $\alpha$  ; l'arête commune définit la direction du plan. Tout profil non perpendiculaire à la direction donnera une pente apparente ; c'est le cas de D1 et D2 pour lesquels la pente sera respectivement  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$ . Suivant l'orientation du profil de mesure, la pente variera de  $0^\circ$  (cap parallèle aux horizontales de P) à  $\alpha$  (cap parallèle au vecteur ligne de plus grande pente S).

Par convention, on désignera par D1 le profil (orienté dans le sens de la pente apparente) dont l'azimut est le plus faible. Dans ces conditions,  $\gamma = D2 - D1$  sera toujours positif.

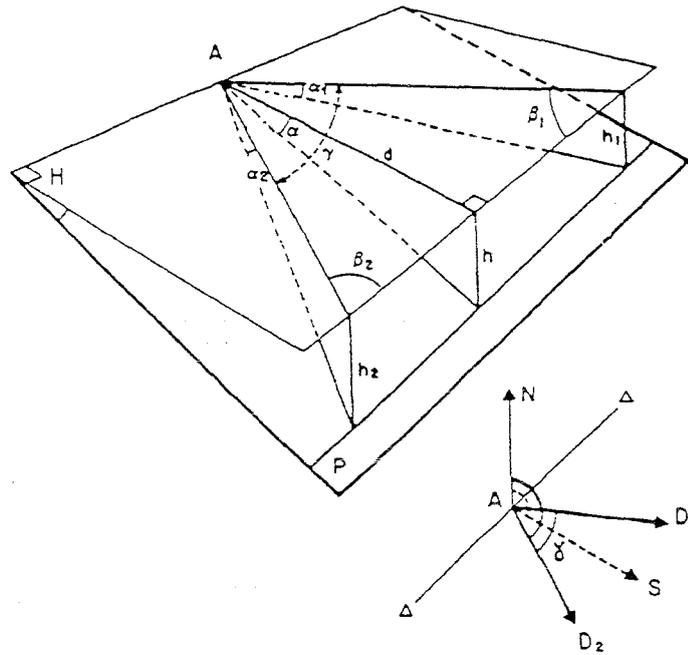


Fig.3 : Pentas apparentes et pente réelle.

4. Relations géométriques entre pentes apparentes et pente réelle :

Sur la figure 3, la relation qui lie l'angle  $\alpha$  (pente réelle) avec les angles  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  (pentes apparentes suivant les directions  $D_1$  et  $D_2$ ) peut s'exprimer, dans le plan horizontal H, en fonction de  $\beta_1$  et  $\beta_2$  angles entre la direction du plan P et les sens des pentes apparentes, on a :

$$\text{tg } \alpha = \text{tg } \alpha_1 / \sin \beta_1 = \text{tg } \alpha_2 / \sin \beta_2 \quad (1)$$

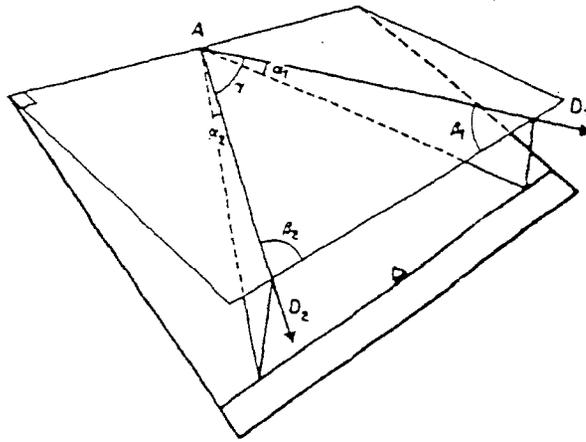
La détermination de  $\alpha$  passe donc par celle de  $\beta$ , ce qui conduit à s'intéresser aux relations géométriques qui lient les valeurs des pentes apparentes  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$ , les orientations  $D_1$  et  $D_2$  des profils et la direction du plan P.

Si l'on appelle  $\gamma$  l'angle formé par  $D_1$  et  $D_2$ , l'examen des 3 triangles tracés sur la figure 4 permet d'établir les relations (2) suivantes :

$$\text{tg } \beta_1 = \frac{\sin \gamma * \text{tg } \alpha_1}{\text{tg } \alpha_2 - (\text{tg } \alpha_1 * \cos \gamma)}$$

et

$$\text{tg } \beta_2 = \frac{\sin \gamma * \text{tg } \alpha_2}{\text{tg } \alpha_1 - (\text{tg } \alpha_2 * \cos \gamma)}$$

Fig.4 :  $\beta_1$  et  $\beta_2$ 

Les figures 3 et 4 illustrent le cas le plus simple, dans la pratique,  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  peuvent varier de  $0^\circ$  à  $\alpha$  en même temps que  $\gamma$  évolue de  $0^\circ$  à  $360^\circ$ , les formules (1) et (2) ne pourront être utilisées que si  $\alpha_n$  et  $\beta_n$  sont définis, soit lorsque  $\sin \beta_n$  est différent de 0 dans (1) et lorsque les dénominateurs (E et E') des expressions (2) sont différents de 0.

Dans le cas où  $\beta_1 = 0$ , le profil D1 est parallèle à la direction de P (et  $\alpha_1 = 0$ ),  $\beta_2$  est égal à  $n \Pi \pm \gamma$ , la valeur de  $\alpha$  sera donc obtenue à partir de :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{|\sin \gamma|} \quad (3)$$

Nous avons maintenant tous les éléments pour calculer la valeur angulaire  $\alpha$  de la pente, reste à déterminer son sens S pour que le vecteur ligne de plus grande pente soit défini.

Si l'on connaît  $\beta_1$  ou  $\beta_2$ , on peut en déduire la direction du plan P et donc le sens de la pente à  $180^\circ$  près. Cette indétermination sera levée en faisant une analyse de cas (voir ci-dessous).

##### 5. Variations géométriques :

L'élément plan de marqueur dont on veut déterminer la position dans notre système de référence peut avoir une direction comprise entre  $0^\circ$  et  $360^\circ$  et une pente de  $0^\circ$  à  $90^\circ$ , les profils de mesure ont pu être enregistrés suivant des caps variant de  $0^\circ$  à  $360^\circ$  en se recoupant suivant un angle compris entre  $0^\circ$  et  $180^\circ$  (soit  $0^\circ < \gamma < 360^\circ$ ), enfin les pentes apparentes  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  peuvent varier de  $0^\circ$  à  $\alpha$ . L'analyse théorique du problème est donc celle d'un système multivariable dont on peut suivre l'évolution en parallèle avec celle de ses constituants (figure 5).

Si l'on élimine les cas simples ( $\alpha_1$  et/ou  $\alpha_2 = 0$ ), l'étude des variations du système se réduit à celle de E et E'. Une fois ces valeurs obtenues, le calcul  $\alpha$  est simple ; la détermination du sens S est moins immédiate.

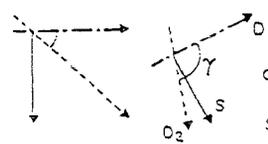
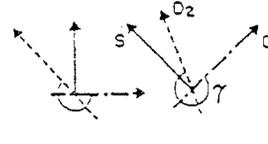
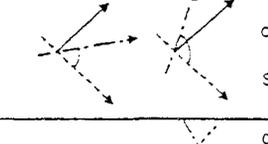
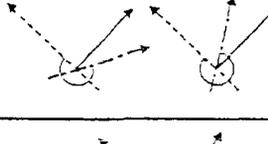
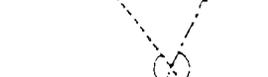
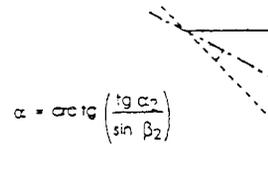
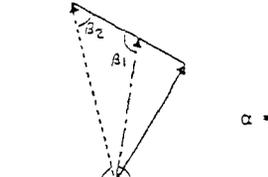
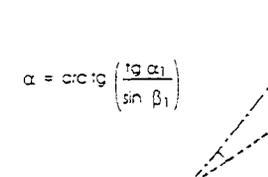
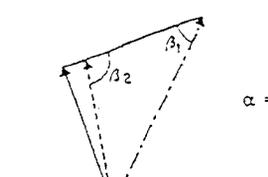
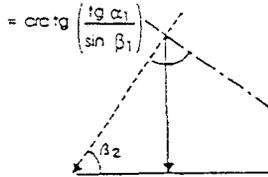
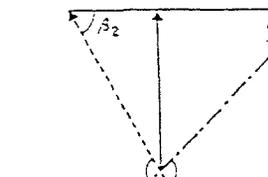
$\gamma$ inférieur à $180^\circ$		$\gamma$ supérieur à $180^\circ$
$\alpha = 0$ S indéterminé	$\alpha_1 = 0$ et $\alpha_2 = 0$	$\alpha = 0$ S indéterminé
 $\alpha = \text{arc tg} \left( \frac{\text{tg } \alpha_2}{\sin \gamma} \right)$ $S = D_1 + 90^\circ$	$\alpha_1 = 0$	 $\alpha = \text{arc tg} \left( \frac{\text{tg } \alpha_2}{-\sin \gamma} \right)$ $S = D_1 + 270^\circ$
 $\alpha = \text{arc tg} \left( \frac{\text{tg } \alpha_1}{\sin \gamma} \right)$ $S = D_2 - 90^\circ$	$\alpha_2 = 0$	 $\alpha = \text{arc tg} \left( \frac{\text{tg } \alpha_1}{-\sin \gamma} \right)$ $S = D_2 - 90^\circ$
 $\alpha = \alpha_1$ $S = D_1$	$E = 0$	 $\alpha = \alpha_1$ $S = D_1$
 $\alpha = \alpha_2$ $S = D_2$	$E = 0$	 $\alpha = \alpha_2$ $S = D_2$
 $\alpha = \text{arc tg} \left( \frac{\text{tg } \alpha_1}{\sin \beta_2} \right)$ $S = D_2 + \beta_2 - 90^\circ \text{ à } 2\pi \text{ près}$	$E < 0$	 $\alpha = \text{arc tg} \left( \frac{\text{tg } \alpha_2}{\sin \beta_2} \right)$ $S = D_2 - \beta_2 - 90^\circ \text{ à } 2\pi \text{ près}$
 $\alpha = \text{arc tg} \left( \frac{\text{tg } \alpha_1}{\sin \beta_1} \right)$ $S = D_1 - \beta_1 + 90^\circ \text{ à } 2\pi \text{ près}$	$E < 0$	 $\alpha = \text{arc tg} \left( \frac{\text{tg } \alpha_1}{\sin \beta_1} \right)$ $S = D_1 + \beta_1 - 90^\circ \text{ à } 2\pi \text{ près}$
 $\alpha = \text{arc tg} \left( \frac{\text{tg } \alpha_1}{\sin \beta_1} \right)$ $S = D_1 - \beta_1 + 90^\circ \text{ à } 2\pi \text{ près}$	$E > 0$ et $E' > 0$	 $\alpha = \text{arc tg} \left( \frac{\text{tg } \alpha_1}{\sin \beta_1} \right)$ $S = D_1 + \beta_1 - 90^\circ \text{ à } 2\pi \text{ près}$

Fig.5 : les principaux cas de figure

(Les figures choisies pour  $D_1$ ,  $D_2$ , S et  $\gamma$  sont indiqués dans la case  $\alpha_1 = 0$ )

L'examen des schémas de la figure 5 montre que si l'on ne prend en compte que l'angle aigu ( $\gamma$  ou  $\gamma'$ ) entre les profils et l'angle  $\beta_1$ , le nombre de cas se simplifie (il faudra cependant tenir compte du fait que  $\sin \beta_1$  peut être négatif). Les formules donnant le sens S devront en outre être adaptées.

#### 6. Des profils aux pentes apparentes :

Soient 2 profils se coupant en A (figure 6). Les données brutes de terrain se présentent sous la forme d'enregistrements obtenus respectivement suivant le Cap1 et Cap2 à partir desquels on détermine pour deux distances mesurées à partir de A dans le sens de la pente (distance 1 et distance 2) : 4 profondeurs ( $H_1$  à  $H_4$ ), s'il s'agit de bathymétrie, ou 8 temps de parcours ( $T_1$  à  $T_8$ ) s'il s'agit de sismique réflexion continue. Dans ce dernier cas, la transformation de ces temps doubles en profondeurs ( $H_1$  à  $H_4$ ) fera intervenir une hypothèse sur la vitesse  $V_2$  de propagation des ondes sismiques dans le milieu solide. Les pentes apparentes (valeur angulaire et sens) seront déduites de ces mesures (noter que la différence éventuelle de hauteur d'eau au point A, due à la marée n'intervient pas dans le calcul des pentes apparentes). Il faudra enfin organiser ces données corrigées pour déterminer  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$ .

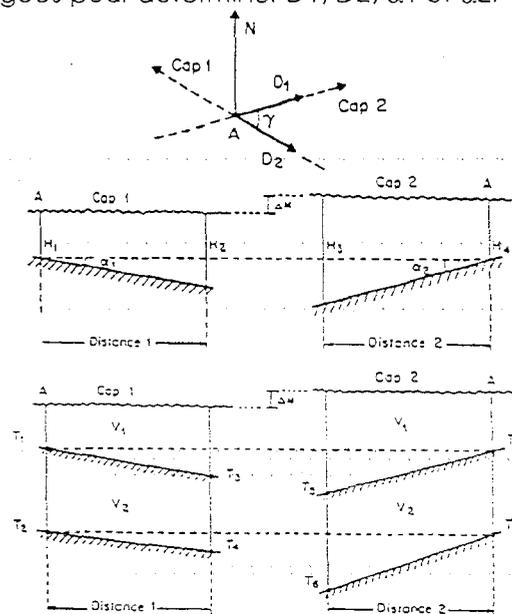


Fig.6 : Les données

#### 7. L'algorithme :

La prise en compte de l'ensemble des éléments de l'analyse conduit à l'algorithme général ci-dessous qui, à partir des données de terrain brutes, calcule le vecteur ligne de plus grande pente pour tous les cas de figure qui peuvent se présenter. Les actions particulières (caractère gras) sont développées séparément.

```

Début algorithme Vecteur_pente_maximum
  réel      : D1, D2,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\gamma$ , E,  $\beta$ ,  $\alpha$ , S
  Début action
    Tant que il y a des données faire :
      Saisie                | Lecture des données |
      Exploitation          | Détermination de D1, D2,  $\gamma$ ,  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  |
      Calcul du vecteur     | Valeur angulaire  $\alpha$  et sens S |
      Résultat              | Restitution des résultats |
    Fin tant que
  Fin action
Fin algorithme

```

L'algorithme de saisie diffère légèrement suivant que l'on traite des données de bathymétrie ou de sismique réflexion continue. Dans les deux cas, les données sont saisies profil par profil dans le sens de l'enregistrement, les caps sont en degrés, les distances en mètres (lectures sur le plan de position des profils). En bathymétrie, l'échelle verticale est habituellement sous forme de profondeurs en mètres.

```

Action Saisie | Bathymétrie |
  entier : I, J
  réel : Cap(2), H(4), Dist(2)
  Début action
    I <--- 0
    Pour J de 1 à 2 faire
      I <--- I + 1
      écrire "Profil", I
      Lire H(I)
      I <--- I + 1
      Lire H(I)
      Lire Cap(J), Dist(J)
    Fin pour
  Fin action
Fin Saisie

```

En sismique réflexion continue, on traite une coupe temps dont l'échelle verticale est habituellement en millisecondes temps double. La conversion en profondeurs fait intervenir une vitesse de 1500 mètres/seconde dans l'eau de mer et une hypothèse de vitesse (à choisir) pour le parcours dans le sous sol

```

Action Saisie          !Sismique réflèxion!
entier : I, J, A, N
réel : T(8), Cap(2), Dist(2), Vitesse, H(4)
Début action
  I <--- 0, A<--- 1
  Pour J de 1 à 2 faire
    I <--- I + 1
    écrire "Profil", I
    Pour I de A à (A + 4) faire
      Lire T(I)
    Fin pour
    Lire Cap(J), Dist(J)
    A <--- 4
  Fin pour
  Lire Vitesse
  N <--- 1
  Pour I de 1 à 4 faire
    H(I) <--- T(N) * 0.75 +  $\frac{(T(N+1) - T(N)) * Vitesse}{2000}$ 
    N <--- N + 2
  Fin pour
Fin action
Fin Saisie

```

Les données doivent être ordonnées pour calculer les pentes apparentes puis déterminer  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ , D1, D2 et  $\gamma$ .

```

Action Exploitation
réel : Pentcap1, Pentcap2
Début action
  Si H(1) > H(2) alors Cap(1) <--- Cap(1) + 180 Fin si
  Si H(3) > H(4) alors Cap(2) <--- Cap(2) + 180 Fin si
  Si Cap(1) > 360 alors Cap(1) <--- Cap(1) - 360 Fin si
  Si Cap(2) > 360 alors Cap(2) <--- Cap(2) - 360 Fin si
  PentapC1 <--- arctg(|H(1) - H(2)| / Dist(1))
  PentapC2 <--- arctg(|H(3) - H(4)| / Dist(2))
  Si Cap(1) > Cap(2)
    alors D1 <--- Cap(2), D2 <--- Cap(1)
     $\alpha_1$  <--- PentapC2,  $\alpha_2$  <--- PentapC1
  Sinon D1 <--- Cap(1), D2 <--- Cap(2)
     $\alpha_1$  <--- PentapC1,  $\alpha_2$  <--- PentapC2
  Fin si
   $\gamma$  <--- D2 - D1
  Si  $\gamma$  > 180
    alors  $\gamma$  <--- 360 -  $\gamma$ 
  Fin si
Fin action
Fin Exploitation

```

Le vecteur ligne de plus grande pente est calculé :  $\alpha$  après détermination de  $E$  et  $\beta$  (en traitant à part les cas de pente nulle ou d'indétermination sur  $\beta$ ), puis  $S$  en tenant compte du fait que  $\beta$  a été évalué à partir de l'angle aigu entre  $D1$  et  $D2$ .

Action Calcul du vecteurDébut action

```

E <--- tg  $\alpha$ 2 - ( tg  $\alpha$ 1 * cos  $\gamma$ )      ! Dénominateur de tg  $\beta$ 1 !
Si E  $\neq$  0                                ! Calcul de  $\beta$ 1 !
  alors  $\beta$  <--- arctg ( sin  $\gamma$  * tg  $\alpha$ 1 / E)
Fin si
Si  $\alpha$ 1 = 0 et  $\alpha$ 2  $\neq$  0                ! Pente non nulle !
  alors Si  $\alpha$ 1 = 0 ou E = 0
    alors Si  $\alpha$ 2 = 0
      alors  $\alpha$  <---  $\alpha$ 1, S <--- D1
      sinon  $\alpha$  <--- arctg( tg  $\alpha$ 2 / sin  $\gamma$ )
      S <--- D1
      Si  $\alpha$ 1 = 0 alors S <--- S + 90 Fin si
      Si D2 - D1 > 180
        alors S <--- S + 180
      Fin si
    Fin si
  sinon !Cas général!
    Si  $\beta$  < 0 alors  $\beta$  <---  $\beta$  + 180 Fin si
     $\alpha$  <--- arctg( tg  $\alpha$ 1 / |sin  $\beta$ |)
    S <--- D1 -  $\beta$  + 90
    Si D2 - D1 > 180
      alors S <--- S + 2 $\beta$  - 180
    Fin si
  Fin si
Fin si

```

Fin ActionFin Calcul du vecteur

Il ne reste plus qu'à éditer les résultats après avoir corrigé les valeurs de  $S$  extérieures à l'intervalle  $0^\circ..360^\circ$ .

Action RésultatDébut action

```

Si  $\alpha$ 1 et  $\alpha$ 2 = 0
  alors écrire " Pente nulle"
  sinon
    Si S < 0 alors S <--- S + 360 Fin si
    Si S > 360 alors S <--- S - 360 Fin si
    écrire  $\alpha$ , S
  Fin si

```

Fin actionFin Résultat

### 8. Limites d'application :

L'algorithme ci-dessus traite de façon satisfaisante tous les cas de figure qui peuvent se présenter sur un modèle théorique ; dans la pratique, la fiabilité des résultats est liée à celle des données ainsi qu'à des facteurs liés à la géométrie du réflecteur traité. Les profils (Caps, point de croisement, distances) devront être positionnés rigoureusement, les enregistrements de bonne qualité (pour minimiser les imprécisions de lecture liées au signal, à la houle...), l'identification du marqueur commun aux 2 profils devra être sans ambiguïté.

Sur le plan technique, il importe de garder présent à l'esprit que les faisceaux acoustiques, particulièrement en sismique réflexion, ont une ouverture non négligeable et qu'en conséquence, le trajet le plus court n'est pas forcément vertical. D'autre part, on ne prendra en considération qu'avec prudence les valeurs élevées de  $\alpha$  ( $\alpha > 30^\circ$ ) pour lesquelles le plan de propagation des rayons élastiques n'est vertical que si le profil est effectué suivant la ligne de plus grande pente.

La principale limitation de cette méthode de calcul est liée à l'hypothèse qu'elle impose, à savoir : que la portion de marqueur comprise entre les deux profils étudiés est plane, cela n'est le cas que si la géométrie du réflecteur n'est pas trop irrégulière.

### 9. Conclusions

A condition d'être conscient de ses limites (qui sont d'ailleurs les mêmes que celle des méthodes plus sophistiquées traitant un grand nombre de données), cet algorithme de calcul permet, lorsqu'on ne dispose pas d'un maillage important de mesures de déterminer rapidement les grandes lignes de la géométrie d'un marqueur acoustique à partir des données brutes de terrain (et en s'affranchissant de la correction de marée).

La même méthode peut être adaptée à des cas géométriquement semblables : détermination de la pente moyenne d'un niveau rencontré dans trois sondages mécaniques (ou trois piézomètres) non alignés par exemple.

### REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- (1) BERTHOIS L., 1977, "Pratique de la bathymétrie. Bulletin de l'Institut de Géologie du Bassin d'Aquitaine. N°21 pp.37-85.
- (2) Mc QUILLIN R. & ARDUS D. , 1977, "Exploring the geology of shelf seas" Grahma and Trotman Limited Londres.