



## ACTION DE LA HOULE PROGRESSIVE SUR UN FOND ONDULE

R. Barriol\* ; T. Capelle\* ; C. Chaussavoine\*\*

\* Laboratoire de Mécanique, d'Acoustique et d'Instrumentation

\*\* Institut de Sciences et de Génie des Matériaux et Procédés

Université de Perpignan - Avenue de Villeneuve - 66025 PERPIGNAN

### **ABSTRACT :**

#### **ACTION OF A PROGRESSIVE SWELL ON AN UNDULATED BOTTOM**

*A method for the determination of plane flow is presented, under a progressive monochromatic swell on an average plane bottom with periodical undulations along the propagation wave. This study is inferred from an original application of the method of singularities.*

*These results allow :*

- *the description of the instantaneous flow (map of velocities)*
- *the trajectory for a fluid particle*
- *the pressure modulation on the bottom.*

### **MOTS CLES :**

houle - fond ondulé - écoulement instationnaire méthode des singularités - hydrodynamique - dunes marines.

### **KEY WORDS :**

swell - undulated bottom - instationary flow method of singularities - hydrodynamics - underwater dunes.

## **I. POSITION DU PROBLEME**

Il s'agit de l'étude de l'influence de la houle sur les fonds marins en vue de mieux décrire l'hydrodynamique au niveau des fonds et donc de mieux comprendre le transfert de sédiments. Le mécanisme est bien décrit dans la littérature scientifique pour les fonds localement plans (7), (8), (9). Par ailleurs le développement des installations pétrolières off-shore a aussi nécessité l'étude des interactions houle-structures (3), (5), (6).

La particularité de cette étude réside dans la réalisation d'un modèle décrivant les écoulements de houle sur fonds ondulés à structure périodique pour apporter des informations sur la connaissance des mécanismes de formation et d'évolution des rides marines et sur les écoulements au voisinage de séries d'obstacles. On en trouve des applications dans le génie maritime, les pêcheries, les travaux dans le domaine côtier et également dans le domaine des échangeurs thermiques.

## II. HYPOTHESES

Le modèle utilise une houle monochromatique de STOCKES avec ses hypothèses classiques : houle sinusoïdale de petite amplitude, mouvement plan, profondeur constante et grande devant les amplitudes de perturbations, fluide parfait, incompressible dans le champ de pesanteur. Le phénomène est périodique dans le temps avec une pulsation  $\sigma$ .

Le système de référence et les principales notations sont décrits sur la figure (1). Les conditions aux limites concernent le caractère isobare de la surface libre et l'imperméabilité du fond.

Le fond est représenté par des ondulations périodiques de période  $b$  et d'amplitude faible par rapport à la profondeur. Les génératrices de ces ondulations sont perpendiculaire au plan de l'écoulement.

## III. DESCRIPTION DE LA METHODE

La technique employée pour décrire l'écoulement consiste à superposer à l'écoulement de houle non perturbé (écoulement extérieur) un écoulement de sources fictives placées à l'intérieur des ondulations (écoulement diffracté). C'est la technique classique des singularités.

L'écoulement diffracté est obtenu en distribuant une série de sources fictives à l'intérieur de chaque obstacle constituant une ondulation du fond. Une distribution de singularités fictives de signes opposés disposées symétriquement par rapport au fond assure la condition d'imperméabilité par rapport au fond moyen.

Pour des raisons de simplification dans l'expression des conditions aux limites nous avons travaillé avec les fonctions de courant. Cette méthode permet d'écrire simplement la condition d'imperméabilité sur le fond ondulé en exprimant que le fond est une ligne de courant.

## SESSION I

### III.1 Expression de la fonction de courant de l'écoulement de houle non perturbé

Classiquement (2) la fonction de courant d'une houle de STOCKES du premier ordre est la suivante:

$$(1) \quad \Psi_{\infty} = \frac{a.g}{\sigma} * \frac{\text{sh } k \cdot y}{\text{ch } k \cdot H} * \cos(k \cdot x - \sigma \cdot t)$$

La cote de la surface libre (surface isobare) par rapport au fond est alors donnée par la formule :

$$(2) \quad y_0 = H + a * \cos(k \cdot x - s \cdot t)$$

### III.2 Expression de la fonction de courant diffracté due aux singularités

Conformément au schéma (1) considérons une singularité I et la singularité conjuguée I' situées dans un contour  $(N)$ . Selon les hypothèses de la houle de STOCKES on écrit la fonction de courant diffracté au point J du profil  $(M)$  provoquée par les sources I et I' du profil  $(N)$ , son expression est la suivante :

$$(3) \quad \Psi_{dji}^{(N)} = X_i * A_{ji}^{(N)} * \sin[k \cdot (n - m) \cdot b - \sigma \cdot t - \alpha_i]$$

Dans cette fonction :

$X_i$  représente une fonction amplitude inconnue qui ne dépend que de la position des points I et I' dans le profil  $(N)$ .

$\alpha_i$  est une fonction déphasage inconnue qui ne dépend que de la position des point I et I' dans le profil  $(N)$ .

$A_{ji}$  est le coefficient d'influence du couple de singularités I et I' du profil  $(N)$  sur le point J du profil  $(M)$

En se reportant au schéma (1) pour les coordonnées des points, ce dernier paramètre prend classiquement la forme suivante :

$$(4) \quad A_{ji}^{(N)} = \ln \frac{[(x_j + m \cdot b) - (x_i + n \cdot b)]^2 + (y_j - y_i)^2}{[(x_j + m \cdot b) - (x_i + n \cdot b)]^2 + (y_j - y_i)^2}$$

### III.3 Résolution

Par application du théorème de superposition, on peut étendre la fonction de courant diffracté d'abord à tous les points I homologues des profils voisins du profil (M), mais une étude de sensibilité a en fait montré qu'au-delà d'un profil voisin l'influence des autres profils n'était plus sensible. On obtient alors la fonction de courant :

$$(5) \quad \Psi_{d_{ji}} = \sum_N \Psi_{d_{ji}}^{(N)} = X_i \sum_N A_{ji}^{(N)} * \sin[k \cdot (n - m) b - \sigma \cdot t - \alpha_i]$$

Puis l'extension à tous les couples de points conjugués I et I' permet d'obtenir la fonction de courant diffracté au point J du profil (M) :

$$(6) \quad \Psi_{d_j} = \sum_i \Psi_{d_{ji}} = \sum_i X_i \sum_N A_{ji}^{(N)} * \sin [k \cdot (n - m)b - \sigma \cdot t - \alpha_i]$$

La fonction de courant globale au point J du profil (M) est obtenue en sommant les deux fonctions de courant extérieur et diffracté. Une ligne de courant vérifie donc l'expression :

$$(7) \quad y_\infty + y_d = \text{Cste}$$

La ligne de profil du fond est une ligne de courant particulière, il a été choisi la valeur nulle pour la fonction de courant correspondante.

L'expression de la condition d'imperméabilité aux p points J du profil (M) permet donc d'écrire p équations du type suivant :

$$(8) \quad \frac{a \cdot g \cdot \text{sh}(k \cdot y_j)}{\sigma \cdot \text{ch}(k \cdot H)} \cos(k \cdot x_j - \sigma \cdot t) + \sum_i X_i \cdot \sum_N A_{ji}^{(N)} \cdot \sin[k(n-m) b - \sigma t - \alpha_i] = 0$$

Cette équation étant indépendante du temps, il est possible de la décomposer en deux équations et donc d'écrire pour tous les p points J du même

## SESSION I

profil un système de  $2p$  équations à  $2p$  inconnues  $X_i \sin \alpha_i$  et  $X_i \cos \alpha_i$ .

Ce système est résolu et on peut en déduire ainsi, les fonctions inconnues : amplitude  $X_i$  et déphasage  $\alpha_i$ .

### IV. DETERMINATION DU CHAMP DES VITESSES

Le calcul précédent a permis de déterminer complètement la fonction de courant résultante dans l'ensemble du domaine, il est alors aisé par dérivation d'en déduire le champ des vitesses de chaque particule.

L'étude a porté sur deux configurations d'ondulations :

- un profil correspondant à une série d'obstacles cylindriques circulaires équirépartis. Pour ce type de profil, les singularités ont été distribuées sur un cercle concentrique intérieur au profil, ceci suivant les mêmes rayons que les points J.
- un profil correspondant à une série de dunes sinusoïdales pour lesquelles une répartition régulière de points J selon l'axe des  $x$  a été retenue, les points I étant situés aux mêmes abscisses sur une courbe homothétique au profil.

Bien sûr des études de sensibilité ont été effectuées afin d'obtenir une distribution des singularités qui rend compte au mieux de la valeur nulle de la fonction de courant sur tout le profil, donc de la condition d'imperméabilité.

La figure (2) montre un exemple du traitement de distribution des vitesses dans le cas des rides sinusoïdales et à différents instants de la période. Ces résultats (qui correspondent à un écoulement de fluide parfait) font clairement apparaître :

- le suivi de l'écoulement de l'onde de gravité.
- les effets de survitesse en tête des profils.
- le contournement des obstacles par l'écoulement.
- le respect de la condition d'imperméabilité du fond.

### V. TRAJECTOIRES DES PARTICULES FLUIDES

La connaissance du champ des vitesses à chaque instant de la période permet simplement de tracer les trajectoires des particules fluides.

La figure (3) montre les trajectoires calculées sur une période. On observe qu'elles ne sont pas fermées, même loin de l'obstacle (où il y a recouvrement), ce qui est normal dans le cas des écoulements plans périodiques (les trajectoires de la houle de STOCKES sont fermées uniquement lorsque

l'hypothèse simplificatrice consistant à fixer la valeur des variables d'espace au centre de la trajectoire est prise en considération).

Les écarts avec une trajectoire fermée sont particulièrement sensibles pour les trajectoires voisines du sommet des dunes, là où les gradients de vitesse sont importants. Une étude effectuée en marquant le fluide en un même point, en différents instants de la période régulièrement espacés, a permis de constater que la moyenne des déplacements était non nulle.

## VI. DETERMINATION DU CHAMP DE PRESSION:

Dans le cas considéré du mouvement avec potentiel des vitesses variant dans le temps, la pression peut être déterminée au moyen de l'intégrale de LAGRANGE:

$$(9) \quad \rho \frac{\delta\phi}{\delta t} + \rho \frac{V^2}{2} + \rho \cdot g \cdot y + P = C(t)$$

La constante C(t) est calculée par application de la condition de surface libre.

La substitution dans la relation de l'expression du potentiel des vitesses diffractées :

$$(10) \quad \Phi_{d_j} = \sum_i X_i \cdot C_{ji} \cdot \cos(\sigma \cdot t - \alpha_i)$$

avec

$$(11) \quad C_{ij} = \sum_N \left[ 2 \cdot \operatorname{arctg} \frac{y_j - y_i}{x_j - x_i} - 2 \cdot \operatorname{arctg} \frac{y_j + y_i}{x_j - x_i} \right]$$

conduit, après linéarisation de l'intégrale de LAGRANGE, à l'expression de la modulation de pression:

$$(12) \quad \Pi = \rho \cdot \left[ \frac{a \cdot g}{\operatorname{ch}(k \cdot H)} \cos(k \cdot x - \sigma \cdot t) \operatorname{ch}(k \cdot y) + \sum_i X_i \cdot C_{ji} \cdot \sin(\sigma \cdot t - \alpha_i) \right]$$

## SESSION 1

La valeur de la pression moyenne n'est pas altérée par rapport à celle qui existait en absence de houle.

Loin de l'obstacle (à des distances supérieures au diamètre), l'amplitude de la modulation de pression tend vers la valeur correspondant à l'écoulement libre. Dans le domaine voisin de l'obstacle, et à plus forte raison à sa paroi, l'influence de l'écoulement diffracté devient importante.

## VII. CONCLUSIONS

Dans le cas d'obstacles cylindriques circulaires, le modèle proposé a donné entièrement satisfaction. Il apporte l'avantage non négligeable par rapport à d'autres méthodes d'un temps de calcul très court. Pour le cas des dunes sinusoïdales, nous avons constaté un caractère imparfait du modèle dans le domaine correspondant à la courbure négative du profil. Après avoir effectué plusieurs essais concernant la position des points de singularité et des points de référence, la difficulté pour l'écoulement de suivre avec précision la zone particulière demeure, il faudrait augmenter considérablement le nombre de singularités pour améliorer le résultat. Il semble donc préférable de se diriger vers l'emploi des singularités de surface qui conduisent aux intégrales de FREDHOLM de première espèce. Cependant pour prendre en compte l'influence de la frontière de l'écoulement, il serait bon de l'assortir de la méthode des images reflétées.

En conservant le modèle de fluide parfait, il est possible d'améliorer la description de l'écoulement par la méthode de raccordement des écoulements tourbillonnaires et à potentiel. Cette méthode appliquée en écoulement permanent par GOLDCHTIK (4) risque de poser, dans notre cas, le problème du mouvement de la ligne de séparation.

Dès que la description plus complète de l'écoulement sera réalisée, il deviendra nécessaire d'étudier le développement de la couche limite instationnaire.

## REMERCIEMENTS

Nous remercions la DRET pour nous avoir permis de mener à bonne fin la réalisation de cette étude.

**NOTATIONS**

$F_d, y_d$	fonction potentiel et fonction de courant diffracté
$F_\infty, F_\infty$	fonction potentiel et fonction de courant de la houle
$a$	demi-croû de la houle
$g$	accélération de la pesanteur
$\sigma$	pulsation de la houle
$k$	nombre d'onde
$H$	profondeur
$t$	temps
$I$	point source de courant, $j$ indice correspondant
$I'$	point source conjugué
$J$	point de contour d'ondulation, $j$ indice correspondant
$N$	profil courant influencant
$M$	profil influencé
$b_{(N)}$	pas d'espace des profils
$A_{ji}$	coefficient d'influence du couple singularité $I, I'$ du profil $N$ sur un point $J$ du contour du profil $M$ ( fonction de courant)
$C_{ji}$	coefficient d'influence des points source $I$ sur un point $J$ du contour courant
$p$	nombre de points de singularités
$X_i, \alpha_i$	amplitude, déphasage de la fonction de courant au point $I$
$U_d, V_d$	vitesse horizontale et verticale sous l'influence des sources
$U_\infty, V_\infty$	vitesse horizontale et verticale induites par la houle
$\rho$	masse volumique de l'eau
$p, \Pi$	pression et modulation de pression
$x, y$	coordonnées horizontale et verticale à partir du fond
$y_0$	cote de la surface libre

**REFERENCES**

- (1) BELORGEY M. et LE BAS J., "Etude par vélocimétrie Doppler laser du champ des vitesses instantanées dans une houle produite au laboratoire", *La Houille Blanche*, n°5, 1984, p. 363-367
- (2) BONNEFILLE R., *Cours d'hydraulique maritime*, Masson, 1976
- (3) CHEN N.B., KOBUS J.M., *Etude des efforts du second ordre sur une structure soumise à une houle aléatoire. Application au cas d'un cylindre fixe*, 8° Congrès Français de Mécanique, Nantes, 1987
- (4) LAURENTIEV L., CHABAT B., *Effets hydrodynamiques et modèles mathématiques*, Editions MIR, 1980.
- (5) FEDAIIEVSKI C., VOITKOUNSKI I., FADDEEV Y., *Mécanique des fluides*, Editions MIR, 1974.
- (6) HAUGUEL A., LEPETIT J-P., SABATON M., *Catalogue d'éléments hydrodynamiques de cylindres dans la houle*, Association Internationale de

SESSION 1

Recherches Hydrauliques, Lavoisier.

- (7) JACOBS S.J., "Mass transport in a turbulent boundary layer under a progressive water wave", *J. Fluid Mechanics*, Vol 146, 1984)
- (8) LECLERC J-P., BELLESSERT B. et MIGNOT C., *Action de la houle sur les sédiments*, publication du C.N.E.X.O., 1976
- (9) YALIN M.S., *Mechanics of sediment transport*, Pergamon press, 1972

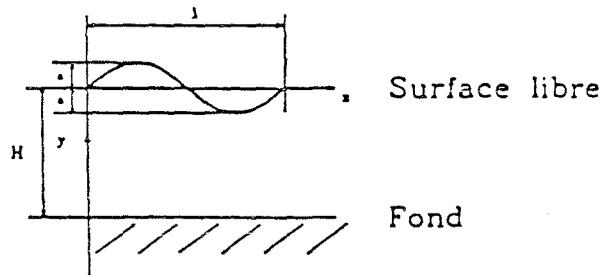


Fig. 1 : les hypothèses. Le système de référence.

LA FONCTION COURANT DIFFRACTE

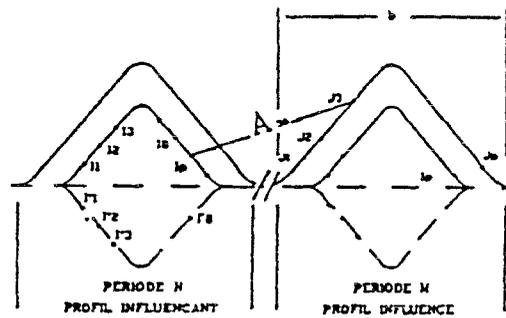


Fig. 2 : exemple de distribution des vitesses.

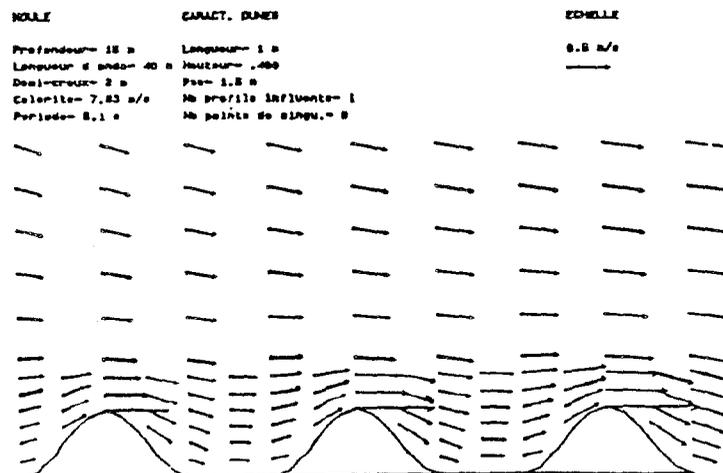


Fig. 3 : exemple de trajectoires.

MOULE	CHARACT. DUNES
Profondeur= 15 m	Longueur= 1 m
Longueur d'onde= 40 m	Hauteur= .4 m
Seuil= 2 m	Pas= 1.5 m
Celerite= 7.83 m/s	No profilis influents= 1
Periode= 3.1 s	

