

Une interprétation des travaux du Professeur Michel Bêlorgey relatifs à l'influence de la houle sur la turbulence

Martin SANCHEZ¹

1. Université de Nantes, Faculté des Sciences et Techniques, LPG UMR-6112 du CNRS, 44322 Nantes cedex 3, France.
martin.sanchez@univ-nantes.fr

Résumé :

Cette note développe une interprétation de certains résultats obtenus par le Professeur Michel Bêlorgey et collaborateurs en relation avec la turbulence dans les couches limites générées par la houle ou par un courant en présence de houle. Deux études sont en particulier examinées : *Etude 1* relative aux interactions entre la houle et la turbulence dans les couches limites générées par la houle ou par un écoulement à surface libre en présence de houle et *Etude 2* relative à l'écoulement tourbillonnaire généré par la houle en présence d'une plaque immergée.

Mots-clés : Turbulence, Accélération convective, Ecoulement moyen, Energie turbulente, Reynolds, Bêlorgey.

1. Introduction

L'importance des interactions entre les accélérations convectives et la turbulence dans l'écoulement des fluides visqueux est assez bien connue. Pour décrire les principaux effets des accélérations convectives sur la turbulence, nous considérons ici un écoulement stationnaire d'un liquide à l'intérieur d'un tube horizontal de section variable, dans cet exemple toutes les vitesses débitantes sont positives (voir figure 1). Nous nous intéressons en particulier à deux secteurs : secteur (1) où l'accélération convective est positive et secteur (2) où l'accélération convective est négative.

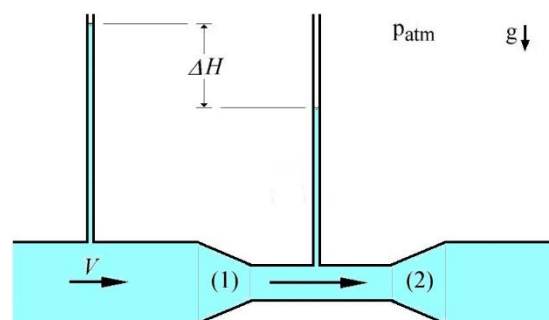


Figure 1. Schéma illustrant l'écoulement d'un liquide à l'intérieur d'un tube horizontal de section variable.

Thème 1 – Hydrodynamique marine et côtière

Selon le principe de conservation de l'énergie exprimé par l'équation de Bernoulli, dans le secteur (1) l'écoulement va des hautes pressions vers les basses pressions, on dit que dans ce secteur le gradient de pressions est favorable. Selon des observations de même type, on dit que dans le secteur (2) le gradient de pressions est adverse.

De façon à pouvoir utiliser ces observations au cas des écoulements cycliques alternés tels que ceux induits par la propagation de la houle, nous allons qualifier l'écoulement dans le secteur (1) comme mouvement accéléré et celui dans le secteur (2) comme mouvement ralenti, l'écoulement dans cet exemple étant stationnaire, ces mouvements caractérisent bien des accélérations convectives.

Dans le secteur (2) le mouvement ralenti est à l'origine d'une importante création d'énergie turbulente en relation avec les contraintes de Reynolds. Le résultat est la création des tourbillons qui contaminent tout l'écoulement en aval du secteur (2) lesquels vont se dissiper progressivement par le biais de la viscosité du fluide.

Selon une interprétation faite oralement par le Professeur Michel Bélorgey à laquelle l'auteur de cette note adhère, dans le secteur (1) l'énergie turbulente préexistante (existante à l'entrée du secteur) peut se transformer partiellement en énergie de l'écoulement moyen, soit une génération négative d'énergie turbulente.

Ces interactions dans les secteurs (1) et (2) ne sont pas symétriques ni équivalentes. En général ces interactions sont difficiles à quantifier, sauf dans le cas d'un élargissement brusque (figure 2), qui comporte l'une des seules solutions théoriques connues pour quantifier la génération d'énergie turbulente. Les pertes de charge h_f liées à un élargissement brusque sont expliquées par la transformation d'une partie de l'énergie de l'écoulement moyen en énergie turbulente :

$$h_f = \left[1 - \frac{S_1}{S_2}\right]^2 \frac{V_1^2}{2g} \quad (1)$$

où S_1 est la section transversale en amont de l'élargissement et S_2 celle à l'aval et V_1 désigne la vitesse débitante en amont de l'élargissement (on note que dans le cas particulier d'une soupape, $S_1/S_2 \rightarrow 0$, toute l'énergie cinétique de l'écoulement moyen se transforme alors en énergie turbulente en aval de la soupape).

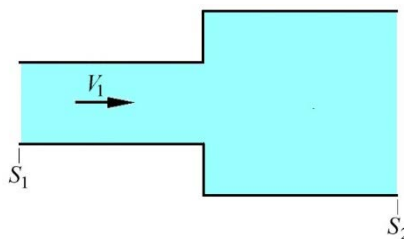


Figure 2. Schéma illustrant l'écoulement d'un liquide à l'intérieur d'un tube horizontal comportant un élargissement brusque.

Dans ce cas la puissance associée correspond exactement au taux de transformation d'énergie de l'écoulement moyen en énergie turbulente (en Watts). Cette puissance D_T est donnée par :

$$D_T = \rho g Q h_f \quad (2)$$

où ρ est la masse volumique du fluide, g l'accélération de la pesanteur, et Q le débit de l'écoulement.

On doit noter que l'expression ci-dessus de h_f est obtenue par l'application simultanée de deux principes fondamentaux de la mécanique : (i) la conservation de l'énergie (équation scalaire) et (ii) la conservation de la quantité de mouvement (équation vectorielle). L'application de ce deuxième principe au cas d'un élargissement brusque (figure 2) permet de conclure que la conservation de l'énergie selon l'équation de Bernoulli implique la validité des deux équations précédentes pour h_f et D_T .

2. Formulation classique dans le cas d'une couche limite générée par la houle

Une houle monochromatique de hauteur H se propageant suivant la direction Ox est une onde de surface progressive qui peut être décrite par l'expression du niveau de la surface libre η suivante :

$$\eta = \eta_{moy} + \frac{H}{2} \cos(kx - \omega t + \varepsilon) \quad (3)$$

où η_{moy} est le niveau moyen de la surface du liquide, $\omega=2\pi/T$ la pulsation, T la période des oscillations, $k=2\pi/L$ le nombre d'onde, L la longueur d'onde, et ε la phase initiale de η . Dans le cas de la propagation d'une houle sinusoïdale sur un fond horizontal les vitesses et les pressions au sein du fluide sont déterminées au premier ordre d'approximation par la solution linéaire de Stokes qui néglige l'effet des contraintes tangentielles sur l'écoulement. Selon cette solution, l'écoulement est irrotationnel et les vitesses dérivent d'un potentiel. En accord avec la solution de Stokes les particules liquides près du fond suivent un mouvement exclusivement horizontal. Ainsi, la vitesse V_o près du fond est donnée par :

$$V_o = \frac{gkH}{2\omega \cosh(kd)} \cos(kx - \omega t + \varepsilon) \quad (4)$$

La validité de la solution de Stokes est admise dans tout le domaine fluide à l'exception d'une fine couche limite cisailée près du fond où l'effet de la viscosité sur l'écoulement ne peut pas être négligé. En un point fixe $x=-\varepsilon/k$ la solution d'Eagleson (1959, in Bonnefille, 1992) pour la vitesse v_x dans la couche limite s'écrit :

$$v_x(y, t) = V_o \max \left[\cos(\omega t) - \exp\left(-\frac{y}{\delta^p}\right) \cos\left(\omega t - \frac{y}{\delta^p}\right) \right], \text{ avec : } \delta^p = \left(\frac{2\nu}{\omega}\right)^{1/2} \quad (5)$$

où δ^p est une longueur caractéristique de l'épaisseur de la couche limite cisailée et ν la viscosité cinématique du fluide.

Il faut noter que la transition entre le régime laminaire et turbulent dans la couche limite correspond à une valeur de \mathcal{R}_a de l'ordre de 4×10^5 (\mathcal{R}_a est le nombre de Reynolds construit avec $V_o \max$ et avec $a=V_o \max/\omega$ qui est la longueur totale parcourue par les particules fluides

Thème 1 – Hydrodynamique marine et côtière

proches du fond.). Dans certains cas quand $\mathcal{R}_a > \sim 4 \times 10^5$ au cours d'un cycle de houle, l'écoulement peut alterner entre laminaire et turbulent par périodes et par endroits.

La figure 3 illustre plusieurs profils de vitesse dans la couche limite cisailée. On constate que l'épaisseur de la couche limite est assez mal définie. On constate aussi que l'inversion des vitesses au voisinage du fond précède dans le temps celle observée au-dessus de la couche limite cisailée. Ceci peut paraître paradoxal, raison pour laquelle on doit rappeler que cet écoulement est induit directement par la variation de la pression près du fond, laquelle est liée la propagation d'une onde gravitationnelle de surface.

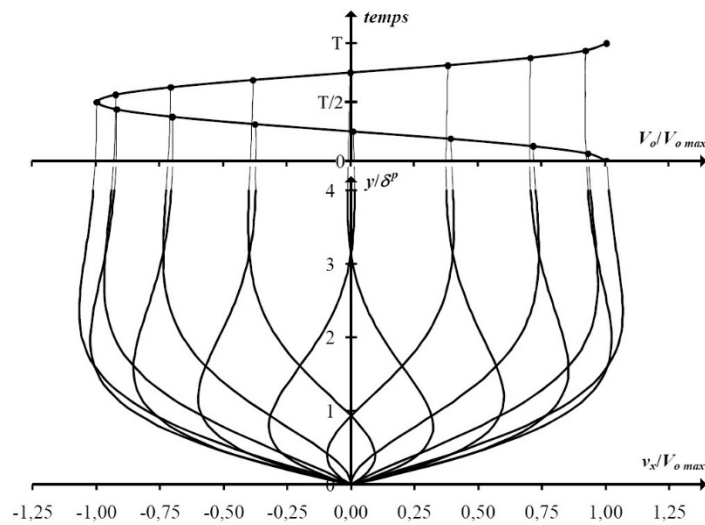


Figure 3. Illustration des profils de vitesse dans la couche limite cisailée près du fond liée à une onde de surface sinusoïdale progressive.

3. Identification des périodes correspondant aux mouvements accélérés et ralentis dans la couche limite générée par la houle

Les périodes correspondant aux mouvements accélérés et ralentis dans la couche limite générée par la houle ne sont pas les mêmes selon la distance y à la paroi. Dans ce qui suit, pour des applications dans la couche limite, nous négligeons les termes de la composante verticale de la vitesse devant ceux de la composante horizontale v_x pour le calcul des accélérations convectives. On note que d'une façon générale, au premier ordre d'approximation la vitesse v_x à un niveau y peut s'écrire comme suit :

$$v_x = v_{x \max} \sin(kx - \omega t + \varphi(y)) \quad (6)$$

où $v_{x \max}$ désigne le maximum de v_x qui est une fonction de y et $\varphi(y)$ représente un déphasage qui est aussi dépendant de y . On remarque que juste au-dessus de la couche limite où les effets visqueux sont négligeables, les signaux de la surface libre η et de la vitesse $v_x = V_o$ sont en phase, cependant à l'intérieur de la couche limite, les signaux η et v_x sont déphasés d'un angle dépendant de y .

L'accélération convective est donnée par :

$$v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} = k v_{x \max}^2 \sin(kx - \omega t + \varphi(y)) \cos(kx - \omega t + \varphi(y)) \quad (7)$$

Enfin, le produit de la vitesse par l'accélération convective s'écrit :

$$v_x \times v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} = k v_{x \max}^3 \sin^2(kx - \omega t + \varphi(y)) \cos(kx - \omega t + \varphi(y)) \quad (8)$$

L'importance de cette dernière expression est qu'elle permet d'identifier le mouvement accéléré (produit positif) et le mouvement ralenti (produit négatif).

La figure 4 montre les variations au cours d'un cycle de houle de la vitesse adimensionnée (réduite par $v_{x \max}$), de l'accélération convective adimensionnée (réduite par $k \times v_{x \max}^2$) et du produit de ces deux grandeurs. Les représentations sur la figure 4 correspondent à $kx + \varphi(y) = \pi$ afin d'obtenir des phases analogues à celles retenus aux figures 5, 6 et 7 de la section suivante de cette note.

On constate qu'au cours d'un cycle de houle, pendant 50% du temps le mouvement est accéléré (produit de la vitesse par l'accélération convective positif) et pendant 50% du temps le mouvement est ralenti (produit de la vitesse par l'accélération convective négatif).

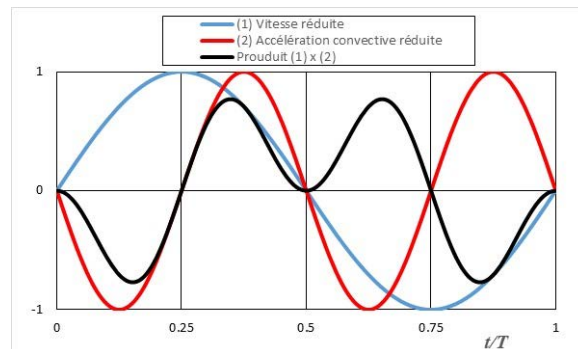


Figure 4. Variation au cours d'un période de houle T , de la vitesse horizontale réduite, de l'accélération convective réduite et du produit de ces deux grandeurs (au premier ordre d'approximation).

4. Etude 1 : Analyse spécifique de l'écoulement turbulent dans une couche limite de houle et de courant avec houle selon BÉLORGEY (BÉLORGEY & SANCHEZ, 2017)

On sait avec certitude qu'un écoulement d'un fluide newtonien et incompressible est régi par l'équation vectorielle de Navier-Stokes. A nos jours, aucune solution analytique de celle-ci n'est connue dès que l'écoulement devient turbulent. La turbulence est un phénomène aléatoire du point de vue mathématique. Le mouvement turbulent peut être décrit à travers des grandeurs statistiques. Ainsi, selon la décomposition de Reynolds, les vitesses instantanées u_i (i, j, k , pour les 3 composantes) s'écrivent comme la somme d'une valeur moyenne et d'une valeur fluctuante :

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i \quad (9)$$

Pour un écoulement 2D, en exploitant la décomposition de Reynolds pour chaque composante de la vitesse (i, j) nous obtenons l'équation suivante :

Thème 1 – Hydrodynamique marine et côtière

$$\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \overline{u_i' u_j'}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho X_i \quad (10)$$

Mais quelle est l'interprétation du terme "produit de turbulence" ($\rho \overline{u_i' u_j'}$) ? La réponse nécessitait des mesures expérimentales sur modèles physiques. Or, ce n'est qu'en 1954 que KLEBANOFF (1954) présenta l'analyse des mesures de turbulence faites au fil chaud, dans une couche limite turbulente.

L'instrument était trouvé, l'analyse du champ turbulent d'un écoulement pouvait être réalisée. On pouvait donc essayer de caractériser la turbulence autrement qu'à l'aide des grandeurs moyennes. C'est ce que l'on cherche à faire actuellement.

Cependant avec le fil chaud (sonde matérielle) il n'était pas possible d'étudier un écoulement turbulent alterné, la perturbation revenant sur l'instrument de mesure. Ce n'est qu'avec l'apparition de la vélocimétrie laser (période 1968-1970) que le problème put être résolu et encore, l'application aux écoulements alternés ne remonte qu'aux environs de 1975–1980 (FULACHIER et BEGUIER ont montré à cette époque que dans certains écoulements il existait ce qu'ils ont appelé des zones de "production négative de turbulence") et les premiers résultats de turbulence dans la houle furent présentés par BÉLORGEY et coll. (1984-1989) où il fut montré que dans une couche limite générée par la houle sur les fonds marins, il existait des zones de "production négative" de turbulence pour certaines phases de la houle (voir figures 5 et 6).

Les études poursuivies par MURZYN et BÉLORGEY (2005) ont montré que sous l'action combinée de la houle et du courant, la houle modulait les échelles de turbulence comme suit (voir figure 7) :

- en phase d'accélération *locale* (accélération *locale* de même signe que la vitesse), la dimension des échelles de turbulence diminue ;
- en phase de décélération *locale* (accélération *locale* de signe contraire à celui de la vitesse) la dimension des échelles de turbulence augmente.

Pour interpréter ces différents résultats Bélorgey note qu'au regard des équations de Navier Stokes les termes associés aux produits de turbulence ($\rho \overline{u_i' u_j'}$) peuvent se placer dans l'équation suivante, soit en [A], soit en [B] :

$$\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} [A] = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - [B] \right) - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho X_i \quad (11)$$

Ainsi, ces termes peuvent s'interpréter de deux manières différentes :

- placé en [A] il est une quantité de mouvement et peut se recombinaer avec les quantités de mouvement de l'écoulement moyen ;
- placé en [B] il est considéré comme une contrainte de frottement (proposition de Boussinesq 1887) ce qui a conduit à une interprétation de viscosité turbulente μ_T :

$$\mu_T \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} = -(\rho \overline{u_i' u_j'}) \quad (12)$$

Une recombinaison entre l'écoulement moyen et la production de turbulence se retrouve dans les travaux de BÉLORGEY et coll. (1984-1989) et également dans le cas d'un ressaut hydraulique comme l'ont montré MURZYN et CHANSON (2009).

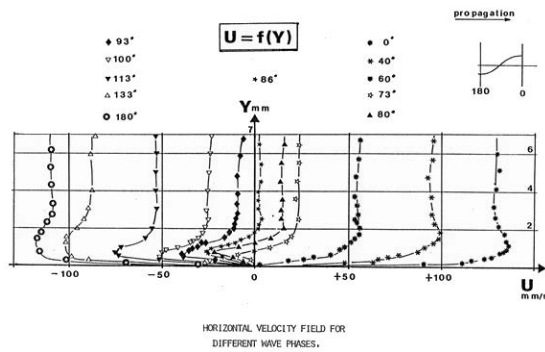


Figure 5. Champ des vitesses horizontales pour différentes phases de la houle (mesures à proximité du fond).

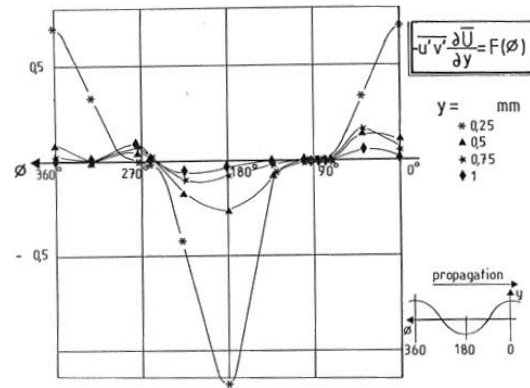


Figure 6. Évolution de la production de turbulence en fonction de la phase (mesures à proximité du fond).

Conditions expérimentales : Etude en canal à courant et houle de mêmes directions, de 16,5 m de long, 0,50 m de large et 0,35 m de profondeur. Vitesse débitante du courant=0.25 m/s. La turbulence est produite par le passage de l'eau à travers une grille à mailles carrées placée à l'entrée du canal. La taille de la maille de la grille est $M=0,033$ m et la largeur des barreaux est $db=0,006$ m. Le paramètre L_f représente une échelle intégrale de la turbulence calculée par :

$$L_f = \int_0^{\infty} R(r) dr$$

Où $R(r)$ est le coefficient de corrélation spatial qui varie en fonction de la phase de la houle.

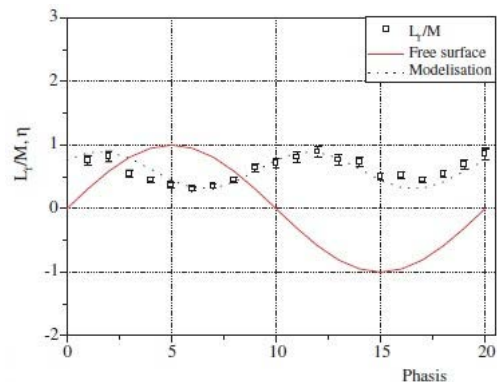


Figure 7. Echelle intégrale de la turbulence L_f en fonction de la phase de la houle (niveau η) pour $T=1,58$ s et $H=0,055$ m. Mesures effectuées autour d'un point situé à mi-profondeur (MURZYN & BÉLORGEY, 2005).

5. Etude 2 : Ecoulement tourbillonnaire généré par la houle en présence d'une plaque immergée (BOULIER & BÉLORGEY, 1994)

L'étude porte sur l'écoulement généré au voisinage d'une plaque plane placée horizontalement dans un écoulement de houle bidimensionnelle (figure 8). Cette plaque est à l'origine de deux nappes tourbillonnaires (figure 9). La génération des tourbillons est décrite en détail par BOULIER et BÉLORGEY (1994).

Thème 1 – Hydrodynamique marine et côtière

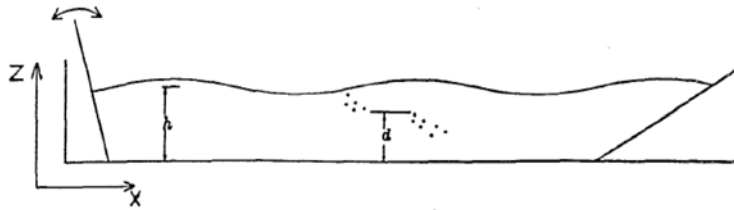


Figure 8. Illustration du montage expérimental et des deux nappes tourbillonnaires engendrées par la houle (BOULIER & BÉLORGEY, 1994).



Figure 9. Lignes d'émission des particules (BOULIER & BÉLORGEY, 1994).

Afin de mieux comprendre la génération de ces tourbillons nous avons effectué dans le contexte de cette note une modélisation mathématique de la propagation de la houle avec les données de l'étude expérimentale. Le domaine d'étude (canal à houle) est discrétisé sous la forme d'un maillage en éléments rectangulaires (figure 10(a)). Dans les simulations l'écoulement induit par la houle est considéré irrotationnel et le fluide incompressible. On admet alors qu'il existe un potentiel de vitesses Φ , lequel dans le domaine fluide est fonction des coordonnées x, z et du temps t :

$$\Phi(x, z, t) = -\frac{i g A_I}{\omega} \phi(x, z) \exp(-i\omega t) \quad (13)$$

où : $\phi(x, z)$ est une fonction potentielle réduite bidimensionnelle complexe restant à déterminer, A_I l'amplitude de l'onde incidente de référence, g l'accélération de la pesanteur, i le nombre $(-1)^{1/2}$, x la coordonnées horizontale, z la coordonnée verticale ($z=0$ correspond à la surface), t le temps, et ω la pulsation. Le niveau de la surface libre dans le domaine est donné par :

$$\eta(x, t) = A_I \operatorname{Re}[\phi(x, 0) \exp(-i\omega t)] \quad (14)$$

La fonction potentielle réduite bidimensionnelle complexe $\phi(x, z)$ permet aussi de déterminer les principaux paramètres liés à la houle : vitesses des particules fluides, champ de pressions, flux d'énergie, ...

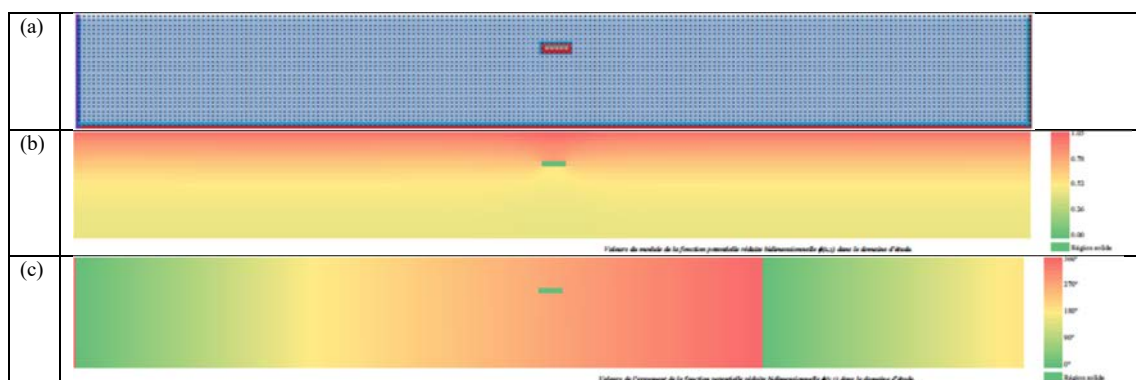


Figure 10. (a) Nœuds du maillage du modèle mathématique, (b) résultats obtenus pour $\operatorname{Mod}[\phi(x, z)]$ et (c) résultats obtenus par $\operatorname{Arg}[\phi(x, z)]$.

La figure 10(b) montre le module $Mod[\phi(x,z)]$ de la fonction potentielle complexe $\phi(x,z)$. La figure 10(c) montre les valeurs en degrés de $Arg[\phi(x,z)]$, soit de l'argument de la fonction potentielle complexe $\phi(x,z)$. Ces résultats indiquent que la plaque n'entraîne pas des modifications significatives concernant les valeurs de $Arg[\phi(x,z)]$, en revanche les valeurs de $Mod[\phi(x,z)]$ sont bien modifiées à proximité de la plaque : les valeurs sont supérieures en dessus de la plaque. Cela implique qu'une discontinuité des vitesses horizontales est observée aux deux bords de la plaque.

6. Interprétations des résultats de Bélorgey et coll.

Par la suite sont présentées les interprétations de cette note concernant les résultats de Bélorgey et collaborateurs.

Etude 1 (section 4) : Les résultats de MURZYN et BÉLORGEY (2005) ont montré que l'échelle intégrale de turbulence à l'intérieur d'une couche limite générée par un courant en présence de houle varie de façon cyclique. Il paraît que la période fondamentale gouvernant cette échelle de la turbulence est $T/2$ (voir figure 7). Il semble que même si MURZYN et BÉLORGEY (2005) ont trouvé que cette échelle est modulée par l'accélération locale, on ne peut pas exclure qu'en réalité c'est l'accélération convective qui est à l'origine de cette modulation selon ce que Bélorgey lui-même explique dans la section 4. Un autre facteur à considérer pour expliquer ces observations pourraient être la convection de l'énergie cinétique turbulente produite par l'écoulement alterné.

Un autre résultat majeur présenté dans la section 4 est la production négative d'énergie turbulente pendant certaines phases de la houle à proximité du fond, ce qui peut être interprété comme une réversibilité partielle de la turbulence en relation avec le phénomène de relaminarisation des écoulements dans la couche limite générée par la houle : l'énergie turbulente se transformerait ainsi partiellement en énergie de l'écoulement moyen.

Etude 2 (section 5) : En accord avec les propres auteurs de l'étude (BOULIER & BÉLORGEY, 1994), la différence de valeurs de la vitesse horizontale entre la partie supérieure et inférieure de la plaque est à l'origine des tourbillons engendrés. Les auteurs de l'étude expérimentale indiquent que "l'émission de tourbillons sur les bords de la plaque peut être assimilée à l'émission d'un tourbillon de démarrage comme on peut en observer au bord de fuite d'un profil portant mis en mouvement impulsivement, ou dont l'incidence varie".

7. Conclusions

Les travaux de recherche du Professeur Michel Bélorgey et collaborateurs ont abouti à l'obtention de nombreux résultats fondamentaux intéressants la mécanique des fluides et le génie côtier. Trois de ces résultats en relation avec la turbulence en présence de houle sont présentés dans cette note : (i) interactions entre la turbulence et l'écoulement moyen dans les couches limites de houle près du fond (BÉLORGEY & LE BAS, 1984 ;

Thème 1 – Hydrodynamique marine et côtière

BÉLORGEY *et al.*, 1989) ; (ii) modulation cyclique de l'échelle intégrale de turbulence à l'intérieur d'une couche limite générée par un courant en présence de houle avec une périodicité égale à la moitié de la valeur de la période T de la houle (MURZYN & BÉLORGEY, 2005) ; (iii) la génération de tourbillons par la houle en présence d'une plaque immergée (BOULIER & BÉLORGEY, 1994)

Une conclusion complémentaire de l'auteur de cette note est que dans les couches limites générées par la houle, la turbulence semble pouvoir s'amorcer au moins de deux façons différentes : (i) génération de tourbillons dans des bords de fuite et (ii) développement de la turbulence dans les couches limite cisailées.

Il est probable que dans ce deuxième cas la transformation d'énergie de l'écoulement moyen en énergie turbulente soit en relation avec les accélérations convectives comme une conséquence de la simultanéité de deux principes fondamentaux de la mécanique : (i) la conservation de l'énergie (équation scalaire) et (ii) la conservation de la quantité de mouvement (équation vectorielle).

8. Références bibliographiques

BÉLORGEY M., LE BAS J. (1984). *Mesure par vélocimétrie Doppler laser de la vitesse instantanée des particules fluides dans la houle produite en laboratoire*. La Houille Blanche, n°5, pp 363-368. <https://doi.org/10.1051/lhb/1984024>

BÉLORGEY M., LE BAS J., GRANDJEAN A. (1989). *Application of laser Doppler velocimetry to the study of turbulence generated by swell in the vicinity of walls or obstacles*. Coastal Engineering, Vol. 13, pp 183-203. [https://doi.org/10.1016/0378-3839\(89\)90023-9](https://doi.org/10.1016/0378-3839(89)90023-9)

BÉLORGEY M., SANCHEZ M. (2017). *Interactions entre les accélérations convectives et la turbulence dans une couche limite générée par la houle*. Conférence CM², Edition 4, Split, Croatia, pp 223-228. <https://dx.doi.org/10.5150/cmcm.2017.041>

BOULIER B., BÉLORGEY M. (1994). *Écoulement tourbillonnaire et zone d'affouillement générés par la houle en présence d'une plaque immergée*. JNGCGC, Sète, pp 39-45. <https://doi.org/10.5150/jngcgc.1994.005-B>

KLEBANOFF P.S. (1954). *Characteristics of turbulence in a boundary layer with zero pressure gradient*. Report NACA-TN-3178, National Advisory Committee for Aeronautics; Washington, DC, USA.

MURZYN F., BÉLORGEY M. (2005). *Wave influence on turbulence length scales in free surface channel flows*. Experimental thermal and fluid science, Vol 29, pp 179-187. <https://doi.org/10.1016/j.expthermflusci.2004.03.002>

MURZYN F., CHANSON H. (2009). *Two-phase flow measurements in turbulent hydraulic jumps*. Chemical Engineering Research and Design, Trans. ICemE, Part A87. <https://doi.org/10.1016/j.cherd.2008.12.003>